

철강 용접부 열해석 정도 향상에 관한 연구

강윤희* · 김충명* · 홍현욱* · 이종봉*

*POSCO 기술연구소 접합연구그룹

A Study on the Improvement of Numerical Thermal Analysis for Steel Welds

Youn-Hee Kang*, Choong-Myeong Kim*, Hyun-Uk Hong* and Jong-Bong Lee*

*POSCO Technical research lab., Pohang 790-785, Korea

Abstract

This paper is the first part of the study on the accuracy improvement of numerical analysis of steel welds. The aim of this paper is to raise the accuracy of thermal analysis results, such as the shape and size of the weld cross section and the hardness distribution in HAZ(Heat-Affected Zone). It is known that the factors affecting on the accuracy are thermal properties, metallurgical properties and welding heat source model. It was found that the arbitrary distributed heat source model should be used to predict practical weld cross section shape and size. Also, in order to improve the prediction accuracy of HAZ hardness distribution, it was essential to consider 2 CCT(Continuous Cooling Transformation) diagrams in calculating volume fraction of transformed phases. One is the peak temperature being around melting temperature. The other is the peak temperature being around metallurgical transformation temperature.

*Corresponding author : yhkang@posco.co.kr

(Received December 7, 2006)

Key Words : Numerical analysis, Thermal analysis, Steel welds, Welding heat source model, CCT diagram

1. 서 론

용접부 수치해석 정도를 낮추는 요인으로서는 해석의 입력 값인 열적/기계적 물성의 불확실성, 연속냉각변태도(Continuous Cooling Transformation diagram, CCT 선도), 오스테나이트화 온도(Ac1, Ac3)와 같은 야금학적 물성의 부족, 실제 용접열원을 정확하게 묘사할 수 없는 열원모델의 한계, 초기/경계조건의 부정확성 등이 있다^{1,2)}. 이러한 원인들 중에서 열적/기계적 물성과 야금학적 물성은 그 값을 선정하기 위해서 일반적으로 각종 핸드북이나 관련논문 등에 수록된 값을 참조하고 있으나 해석대상강재에 알맞은 물성 값을 찾기 어려워, 수치해석을 수행하는 연구자들에게 재료물성 값을 적절하게 선정하는 것은 큰 애로사항 중 하나이다^{1,2)}. 또한, 용접 열원모델은 해석대상 용접공정의 특성에 따라 적절한 모델을 선택하여 사용하고 있다. 용접 열원모델에는 대표적으로 표면모델과 체적모델이 있으며, GMA용접, FCA

용접, SA용접 등과 같은 소모성전극을 사용하는 아크용접의 열원모델로 체적모델인 이중타원열원모델(Double ellipsoidal heat source model, Goldak's model)이 자주 사용되고 있다³⁻⁷⁾. 그러나, 이 모델의 깊이방향 열원분포 형태가 타원이기 때문에, 용접부 단면형상 특히 용융부 형상을 정확히 계산하는 데는 한계가 있다.

본 연구에서는 용접부 수치해석 정도 향상을 위해 먼저 열해석 정도 향상 연구를 수행하였다. 용접부 열해석에 필요한 각종 열적 물성들 중 해석결과에 영향정도가 큰 핵심물성을 통계적인 방법을 통하여 선정하고, 해석대상강재인 조선용 EH36-TM강재의 핵심 열적 물성 값을 측정하였다. 또한, 대상강재의 CCT선도, Ac1/ Ac3 온도 등 야금학적 물성을 측정하였으며, 용접부 단면형상을 잘 묘사할 수 있는 열원모델링 방법에 대해서도 설명하였다. 측정된 물성 값들과 새로운 열원모델을 이용하여 용접단면형상의 크기 및 열영향부 경도분포의 예측정도를 향상시킬 수 있었다.

2. 용접실험 및 해석

용접부 수치해석중 열해석의 정도는 용접부 단면형상 크기 예측오차 및 열영향부 경도분포 예측오차로 판단하였다. 예측오차는 실험결과에 대한 해석결과의 오차이므로 적절한 용접실험 및 측정방법의 선정이 중요하다.

용접실험은 두께 20mm의 EH36-TM강재에 FCAW공정을 적용하여 입열량 15.6kJ/cm으로 실시하였다. 실험에 사용된 제반 조건은 Table 1과 같다. 용접부재는 길이 300mm, 폭 200mm이며, groove각도는 45°로 하였다. 용접부 단면형상 및 경도는 용접길이 방향으로 50, 150, 250mm 위치에서 각각 측정하였으며, 실험은 3회 반복 실시하였다. Fig. 1은 용접부 단면형상 크기에 대한 측정기준을 나타낸 것으로 표면으로부터 깊이방향으로 2mm씩 증가시키며 용융부 및 열영향부 폭을 측정하였다. 경도분포는 표면, 깊이 2mm지점, 깊이 4mm 지점에서 용접금속부에서 모재까지 연속적으로 측정하였다. 용접금속부와 모재부위에서는 1mm 간격으로 측정하였고, 열영향부에서는 0.5mm간격으로 측정하였다.

용접부 열해석은 상용코드 Sysweld를 이용하였으며, 용접 길이방향으로 열전달이 일어나지 않는다고 가정하

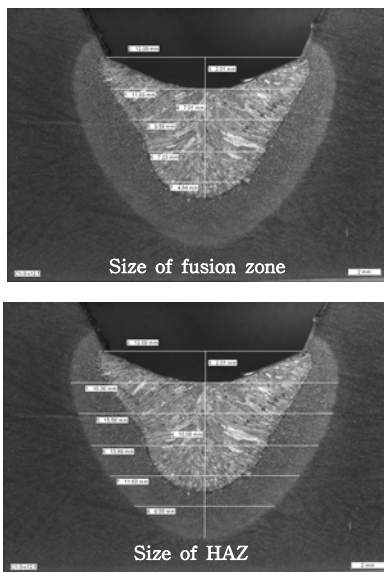


Fig. 1 Measuring method of weld cross sectional shape

여 2차원 단면부에 대해서 수치해석을 수행하였다.

용접부 단면형상 크기 예측오차(CTQ1) 및 열영향부 경도분포 예측오차(CTQ2)는 각각 식(1), (2)와 같이 정의하였다.

$$CTQ1 = a \sum_i \left| \frac{W_{WM\text{해석}} - W_{WM\text{실험}}}{W_{WM\text{실험}}} \right| + b \left| \frac{H_{WM\text{해석}} - H_{WM\text{실험}}}{H_{WM\text{실험}}} \right| + c \sum_i \left| \frac{W_{HAZ\text{해석}} - W_{HAZ\text{실험}}}{W_{HAZ\text{실험}}} \right| + d \left| \frac{H_{HAZ\text{해석}} - H_{HAZ\text{실험}}}{H_{HAZ\text{실험}}} \right| \quad (1)$$

여기서, CTQ1는 용접부 단면형상 예측오차, $W_{WM\text{해석}}$ 은 용융부 폭의 해석결과, $W_{WM\text{실험}}$ 은 용융부 폭의 실험결과, $H_{WM\text{해석}}$ 은 용융부 높이의 해석결과, $H_{WM\text{실험}}$ 은 용융부 높이의 실험결과, $W_{HAZ\text{해석}}$ 은 열영향부 폭의 해석결과, $W_{HAZ\text{실험}}$ 은 열영향부 폭의 실험결과, $H_{HAZ\text{해석}}$ 은 열영향부 높이의 해석결과, $H_{HAZ\text{실험}}$ 은 열영향부 높이의 실험결과를 나타내며, a, b, c, d는 weight값으로서 0.25로 균등하게 적용하였다.

$$CTQ2 = a \left| \frac{Hv_{\text{해석}} - Hv_{\text{실험}}}{Hv_{\text{실험}}} \right|_{pos1} + b \left| \frac{Hv_{\text{해석}} - Hv_{\text{실험}}}{Hv_{\text{실험}}} \right|_{pos2} + c \left| \frac{Hv_{\text{해석}} - Hv_{\text{실험}}}{Hv_{\text{실험}}} \right|_{pos3} + \dots \quad (2)$$

여기서, CTQ2는 열영향부 경도분포 예측오차, $Hv_{\text{해석}}$ 은 열영향부 경도 해석결과, $Hv_{\text{실험}}$ 은 열영향부 경도 실험결과를 나타낸 것이며, 경도 측정 위치마다 해석결과의 오차를 계산하여 평균값을 예측오차로 선정하였다.

3. 해석정도의 영향인자

용접부 수치해석의 오차를 증가시키는 잠재적 근본원인들은 소재, 방법, 작업자, 설비, 환경 측면에서 여러가지가 있으나, 본 연구에서는 소재 측면의 수치해석 입력

Table 1 Experimental conditions

Material	EH36 TM, 20t
Joint type	45° V-groove butt joint
Welding process	FCAW
Welding consumable	Kobe / DW 100, Ø1.4
Shielding gas	CO ₂ 100%, 18 l/min
Heat input	15.6kJ/cm (Current 220A, Voltage 26V, Welding speed 22cm/min)

값인 열적 물성 중 해석결과에 영향을 크게 미치는 유의인자(핵심물성)를 통계적인 검증을 통하여 알아보았다.

3.1 통계적 가설검정을 통한 핵심 열적물성 도출

Fig. 2는 통계적 가설검정에 이용한 열적 물성들을 나타낸 것으로 (a)는 비열, (b)는 열전도계수, (c)는 밀도, (d)는 대류/복사 열전달계수이다. 각각의 그래프들은 일반 탄소강 열적 물성으로 알려져 있는 값들로서, 해석결과에 미치는 각 물성 값들간의 영향을 통계적 가설검정을 통하여 알아보았다. 통계적 검정도구로 ANOVA(분산분석)를 이용하였으며, P-value(유의확률값) 계산은 통계전용 프로그램인 Minitab을 이용하였다. P-value가 귀무가설이 기각되는 임계값(즉, 유의수준 일반적으로 5%)과 비교하여 P-value가 작으면 대립가설(검정대상 변수 값에 따라서 결과 값이 변함)을 채택하였고 반대로 P-value가 크면 귀무가설(검정대상 변수 값이 변하더라도 결과 값 변화 없음)을 채택하였다.

Fig. 3은 비열, 열전도계수, 밀도, 복사/대류 열전달계수의 종류에 따른 용접부 단면형상 예측오차의 분포를 나타낸 것이다. 비열과 열전도계수의 경우, P-value가 모두 0%로 유의수준 5%보다 작게 나타났으므로 귀무가설을 기각하고, 대립가설을 채택하여 비열과 열전도계수를 열해석의 유의한 인자(핵심영향인자)로 판단할 수 있다. 그러나, 밀도와 복사/대류계수의 경우 P-value가 각각 79.9%, 99.3%로 유의수준보다 크므로 귀무가설을 채택하게 되어 밀도와 복사/대류계수는 통계적으로 유의한 인자가 아님을 알 수 있다.

상변태시 잠열을 고려한 비열조건 3, 4가 잠열을 고려하지 않은 조건2와 너무 과다하게 고려한 조건1보다 오차가 작게 나타났으며, 비열조건 3과 4의 예측오차 차이는 상변태시 잠열크기 또는 1500°C 이상에서의 비열 값 차이로 발생한 것으로 판단된다. 따라서, 상변태시의 비열 값과 1500°C 이상에서의 비열 값이 중요한 값을 알 수 있다. 열전도계수에 의한 예측오차 차이는 1500°C 이상에서의 열전도계수 차이로 발생하였으므로 1500°C 이상에서의 열전도계수가 중요한 값을 알 수 있었다.

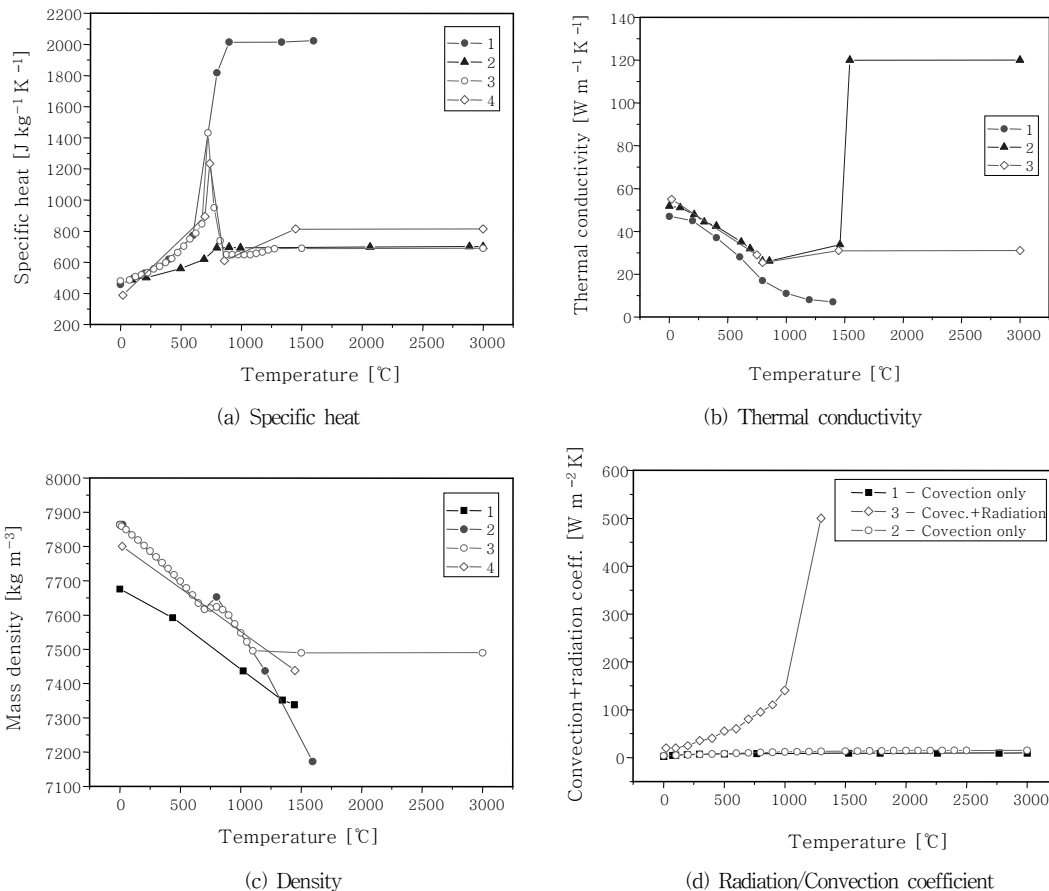


Fig. 2 Thermal properties for statistical test

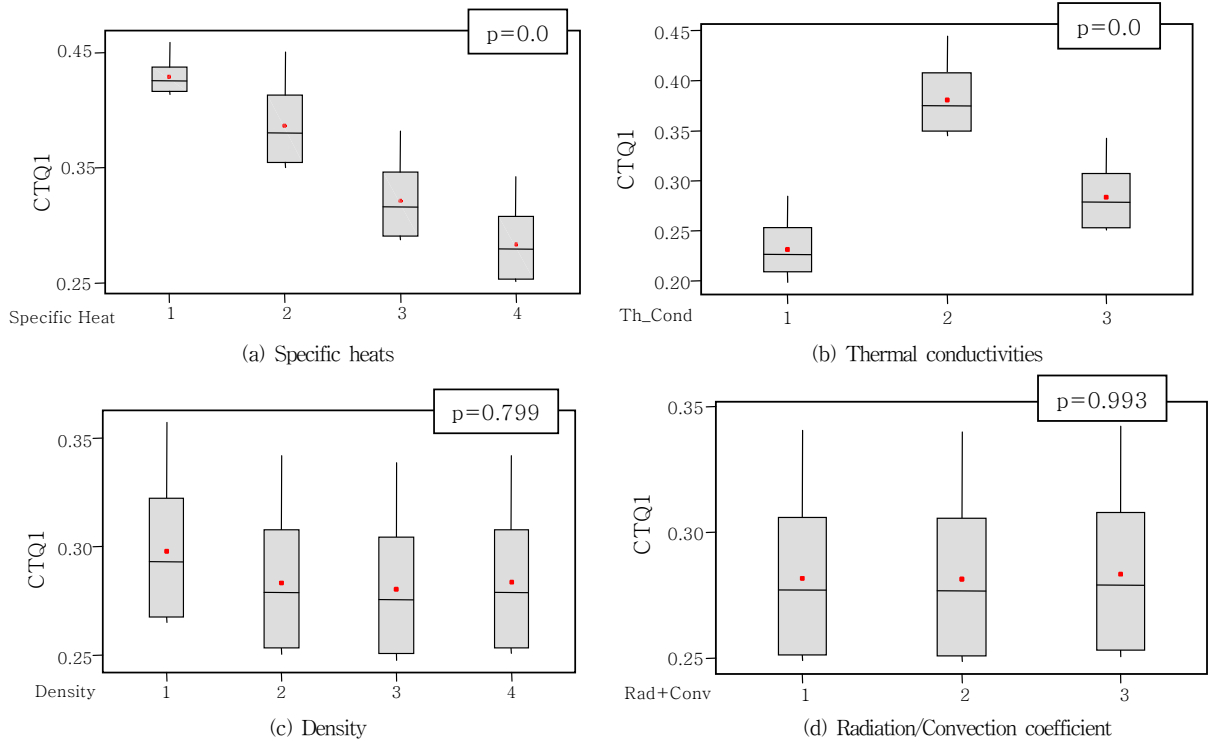


Fig. 3 Boxplots of CTQ1(Prediction error of fusion zone and HAZ size) by specific heats, thermal conductivities, densities and radiation/convection coefficients

Table 2 P-values of statistical test on thermal properties

	Prediction error of weld cross sectional shape, CTQ1	Prediction error of HAZ hardness distribution, CTQ2
Specific heat	0.00	0.836
Thermal conductivity	0.00	0.338
Density	0.799	0.996
Radiation/Convection coefficient	0.993	0.989

Table 2는 용접부 단면형상 크기 예측오차(CTQ1)와 열영향부 경도분포 예측오차(CTQ2)에 대한 각 열적물성들의 분산분석 결과인 P-value를 나타낸 것이다. 용접부 단면형상 예측오차의 유의인자로는 비열과 열전도 계수가 도출되었으며, 열영향부 경도분포 예측오차는 열적물성 크기에 의존하지 않는 것으로 나타났다.

3.2 열적물성 측정

본 연구의 대상강재인 EH36-TM의 온도에 따른 비열 및 열전도계수를 측정하였다. 또한, 금속조직의 상(phase)에 따라 비열 및 열전도계수는 달라질 수 있으므로 용접재현 열사이클을 이용하여 열적물성 측정 시편에 여러 조직상이 나타나도록 하였다. 열사이클에서 800°C 부터 500°C까지 냉각시간 $\Delta t_{8/5}$ 를 3초 ~ 300초로 조절하였다. 비열 및 열전도계수는 상온부터 1100°C까지

100°C 간격으로 측정하였으며, 상변태가 일어나는 온도 영역에서는 비열 값의 변화가 크므로 25°C 간격으로 측정하였다.

비열 및 열전도계수는 Thermal Constants Measuring Apparatus(TC-7000HNC)을 이용하여 $\Delta t_{8/5}$ 조건당 5회 반복 측정하였다. EH36-TM강의 열전도계수 및 비열을 측정해 본 결과, 1000°C이상의 측정 값의 산포가 매우 크게 나타나 측정 값의 신뢰도가 낮았으며 또한, $\Delta t_{8/5}$ 에 따라 즉 상에 따라 열전도계수 및 비열의 차이가 거의 나타나지 않았기 때문에 측정 온도별로 평균 값을 이용하는 것이 타당함을 알 수 있었다. 상온부터 900°C까지는 측정된 비열, 열전도계수 값을 이용하고 900°C이상에서의 값은 900°C의 측정 값과 같다고 가정하였다. 단, 고상/액상 변태시 잠열은 260kJ/kg로 가정하였고, 액상에서의 열전도계수는 용융풀의 대류효과를 고려하여 120W/mK으로 가정하였다. Fig. 4는 900°C까지 측정된

비열, 열전도계수 값과 고온에서의 가정된 값을 나타낸 것으로, 일반적으로 잘 알려진 연강의 값과 유사한 결과를 나타내었다³⁾.

3.3 CCT선도 및 Ac1/Ac3온도 측정

상변태는 같은 냉각속도에서도 오스테나이트 결정립 크기(Austenite grain size, AGS)에 따라 다르게 나타난다. AGS는 최고도달온도로 결정되므로, 용접 열영향부에서 용접 용융경계에 가까운 부분의 상변태와 열영향부 경계에 가까운 부분의 상변태는 크게 달라질 수 있다. 따라서, 최고도달온도 및 냉각속도에 따른 상변화를

알아야만 용접 열영향부내의 미세조직 분포를 계산할 수 있다. 본 연구에서는 용융경계 부근의 상변화를 알기 위해 최고도달온도 1350°C에 대한 CCT선도를 측정하였고, 열영향부경계 부근의 상변화를 알기 위해서는 최고도달온도 950°C에 대한 CCT선도를 측정하였다. 800°C에서 500°C까지의 냉각시간 $\Delta t_{8/5}$ 를 3~300초의 범위내에서 설정하여 냉각을 실시하였다. Fig. 5는 최고도달온도 1350°C, $\Delta t_{8/5}$ 3, 30, 300초인 경우의 미세조직을 나타낸 것으로, 미세조직 분율은 $\Delta t_{8/5}$ 3초인 경우 martensite 84%, bainite 16%, $\Delta t_{8/5}$ 30초인 경우 bainite 16%, acicular ferrite 84%, $\Delta t_{8/5}$ 300초인 경우 acicular ferrite 44%, ferrite 55%로 나타났다. Fig. 6은 최고도달

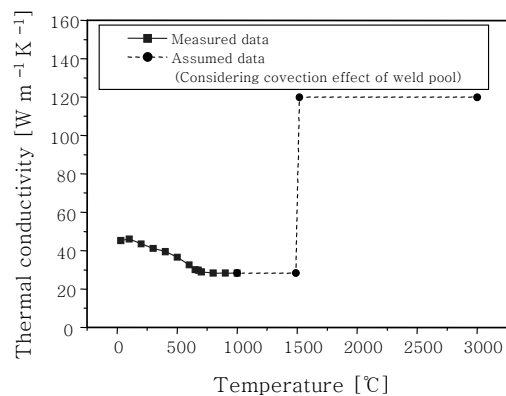
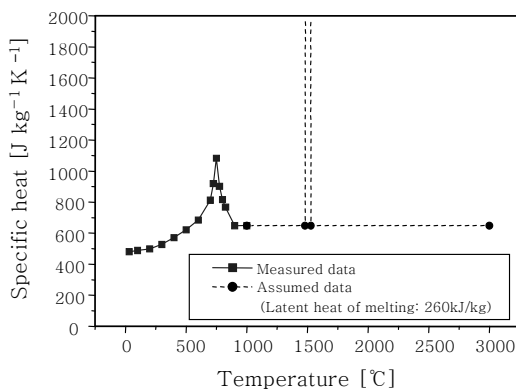


Fig. 4 Mean and assumed value of specific heat and thermal conductivity

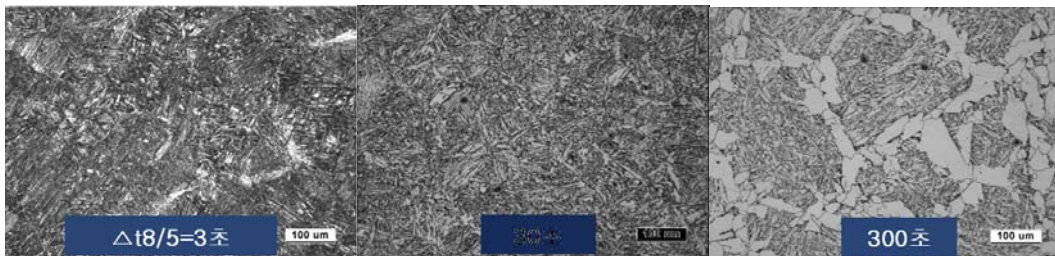
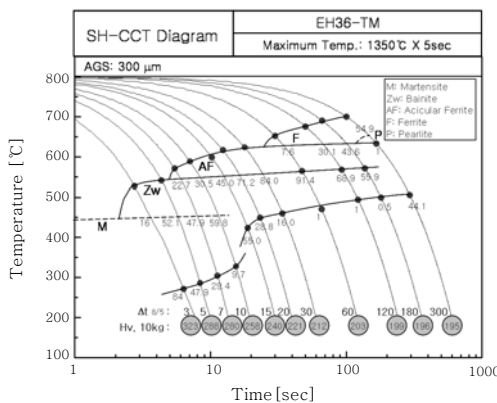
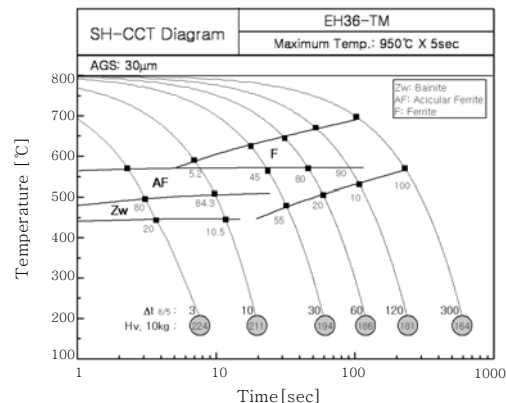


Fig. 5 Microstructures according to $\Delta t_{8/5}$ (Peak temp. 1350°C)



(a) Peak temperature 1350°C



(b) Peak temperature 950°C

Fig. 6 CCT diagrams of EH36 TM

온도 1350℃인 경우와 950℃인 경우의 CCT선도를 나타낸 것으로, 1350℃에서의 AGS는 평균 300μm, 950℃에서의 AGS는 평균 30μm로 나타났다. 최고도달온도 1350℃인 경우와 비교하여 950℃인 경우에서 변태온도가 전체적으로 낮아졌으며, 저온변태조직도 적게 발생하였다. 최고도달온도가 950~1350℃ 중간 값일 때는 측정된 두 CCT선도를 선형보간하여 이용하였다.

오스테나이트화 온도(Ac1, Ac3)는 최대온도 1350℃까지 가열속도를 1℃/s ~150℃/s 범위내에서 변화시켜 가며 측정하였다. Fig. 7은 가열속도에 따른 오스테나이트화 온도 변화를 나타낸 것으로, 가열속도가 증가할수록 Ac1, Ac3 온도도 증가하였다.

3.4 용접 열원모델

아크용접 열원으로 가장 일반적으로 사용되는 이중타원모델은 Fig. 8(a)와 같이 열원의 단면형상이 식(3)의 a, b에 의해서 결정되는 타원형상이므로 용접부 단면형상 해석결과도 타원으로만 나타난다. Fig. 8(b)는 이중타원모델의 열원분포를 나타내며, Fig. 8(c)는 이 열원분포를 이용한 열해석 결과를 나타낸 것으로, 용융부 및 열영향부 형상이 타원 형태로 나타나 용접부 단면을 표현하는 데는 한계가 있음을 알 수 있다. 따라서, 열원 단면형상을 임의의 형상으로 조절할 수 있다면 원하는 형태의 용접부 단면형상을 얻을 수 있다. 임의의 단면형상은 Fig. 9와 같이 r-θ좌표계를 이용하여 표현할 수 있으며, 식(4)는 임의의 단면형상을 갖는 열원모델을 나타낸 것이다⁸⁾. 식(3), (4)의 계수들에 대한 설명은 Table 3에 나타내었다.

$$q_{(x,y,z)} = \frac{6\sqrt{3} \cdot f_{1,2} \cdot Q}{a \cdot b \cdot c_{1,2} \cdot \pi \cdot \sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{3x^2}{a^2}} \cdot e^{-\frac{3y^2}{b^2}} \cdot e^{-\frac{3(z-v)(\tau-t)^2}{c_{1,2}^2}} \quad (3)$$

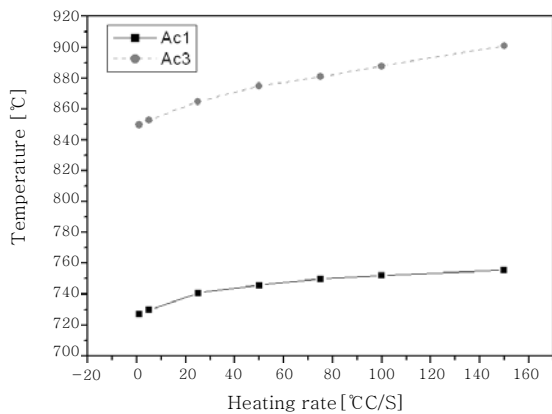
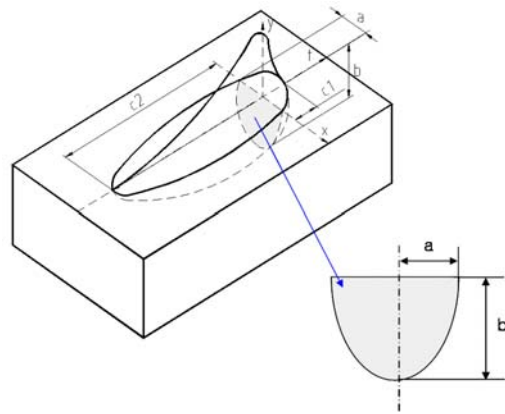
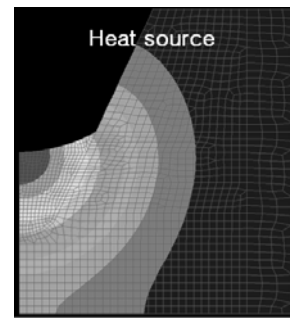


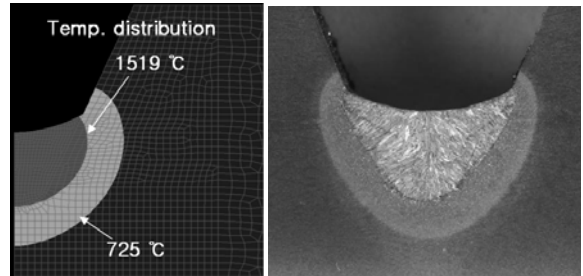
Fig. 7 Ac1/Ac3 temperature according to heating rate



(a) Double ellipsoidal heat source model



(b) Heat flux distribution



(c) Thermal analysis results

Fig. 8 Heat source model and temperature distribution

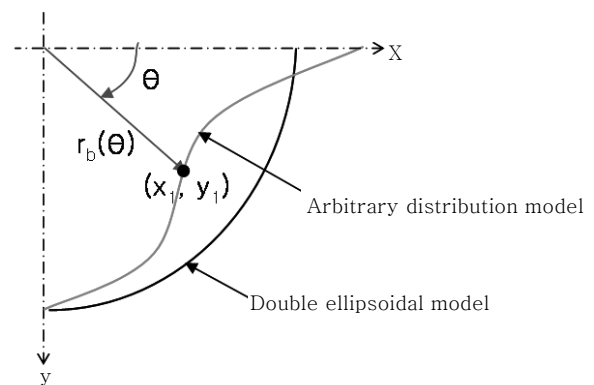


Fig. 9 Cross sectional shape of the arbitrary distribution function model

Table 3 Nomenclatures of heat source model

q	heat flux [W.mm ⁻²]
Q	power input [W] (=η _i ×V×I) η _i : Arc efficiency V : Arc voltage, I : Welding current
a,b,c ₁ ,c ₂	molten pool dimensions [mm]
f _{1,2}	constant of energy distribution of the heat flux in arc 1 - in front of the arc, 2 - behind the arc
v	welding speed [mm.s ⁻¹]
τ	total time of welding [s]
t	actual time of welding (simulation) [s]
(x,y,z) or (r,θ,z)	coordinate of nodal points
A _w	area of the heat source [mm ²]
r _b (θ)	distance from heat center to heat boundary [mm]
r,θ,z	coordinate of nodal points

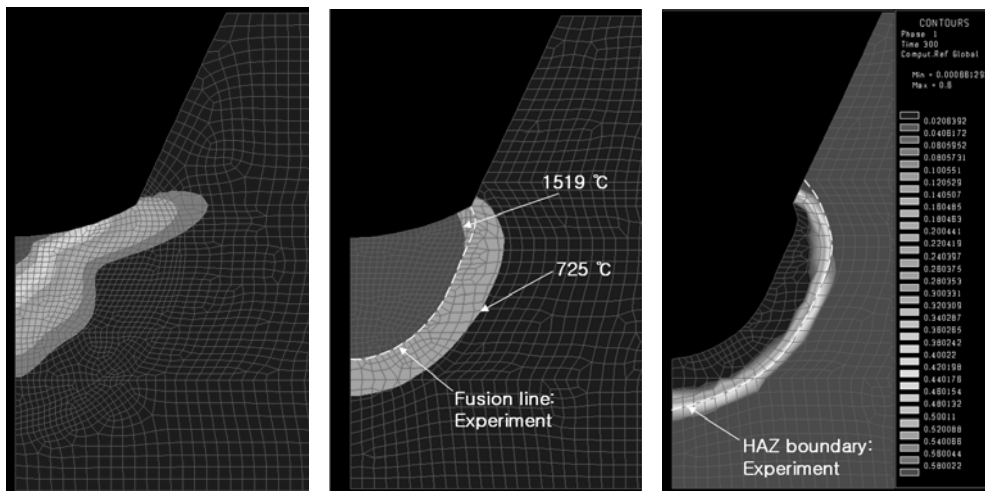
$$q_{(r,\theta,z)} = \frac{6\sqrt{3}Q}{\sqrt{\pi}A_w(c_1 + c_2)} e^{-3\left(\frac{r}{r_b(\theta)}\right)^2} e^{-3\left(\frac{z-v(\tau-t)}{c_{1,2}}\right)^2} \quad (4)$$

4. 해석결과 검증

Fig. 10은 측정된 열적/야금학적 물성 및 임의의 단면 분포형상을 갖는 열원모델을 이용하여 수행한 열해석 결과를 나타낸 것으로 Fig.10(a)는 임의의 분포형상을 갖는 열원의 단면을, Fig. 10(b)는 용융부 경계, Fig. 10(c)는 열영향부 경계를 나타낸 것이다. 해석결과에서 최고도달온도가 1519℃ 이상되는 영역을 용융부로 판단하였으며, 시간에 따라 변하는 1519℃ 이상되는 영역을 모두 중첩시켜 전체 용융부 형상을 구하였다. 모재부와 다른조직을 갖는 열영향부는 ferrite상이 변태된 곳까지로 판단하였다. 그림에서 알 수 있듯이 실험결과(점선)

와 매우 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 용접부 단면형상을 예측하는데 있어서 열원의 단면형상 및 오스테나이트화 온도(Ac1/Ac3)가 중요한 인자임을 알 수 있다.

Fig. 11은 열-야금해석의 결과인 상분율을 이용하여 열영향부 경도분포를 계산한 결과로서, 점선은 최고도달 온도 1350℃인 CCT선도만 이용한 결과이고 실선은 최고도달온도 1350℃ 및 950℃의 CCT선도 2개를 이용한 결과이다. CCT선도 2개를 이용한 결과가 CCT선도 1개만 이용한 경우보다 열영향부에서의 경도분포를 잘 예측하는 것을 알 수 있다. 이러한 이유는 CCT선도를 1개만 이용한 경우 열영향부에서의 상분율의 분포가 일정하게 나타나는 것에 반해, CCT선도 2개를 이용한 경우는 상분율이 점차적으로 변화하기 때문이다. 이러한 현상은 열영향부에서의 냉각속도가 거의 일정하다는 것을 의미한다. 따라서, 열영향부에서의 상분율 및 경도를 정도 높게 예측하기 위해서는 반드시 2개 이상의 CCT



(a) Heat flux distribution (b) Temperature distribution (c) Ferrite distribution

Fig. 10 Thermal analysis results by using arbitrary distribution function model

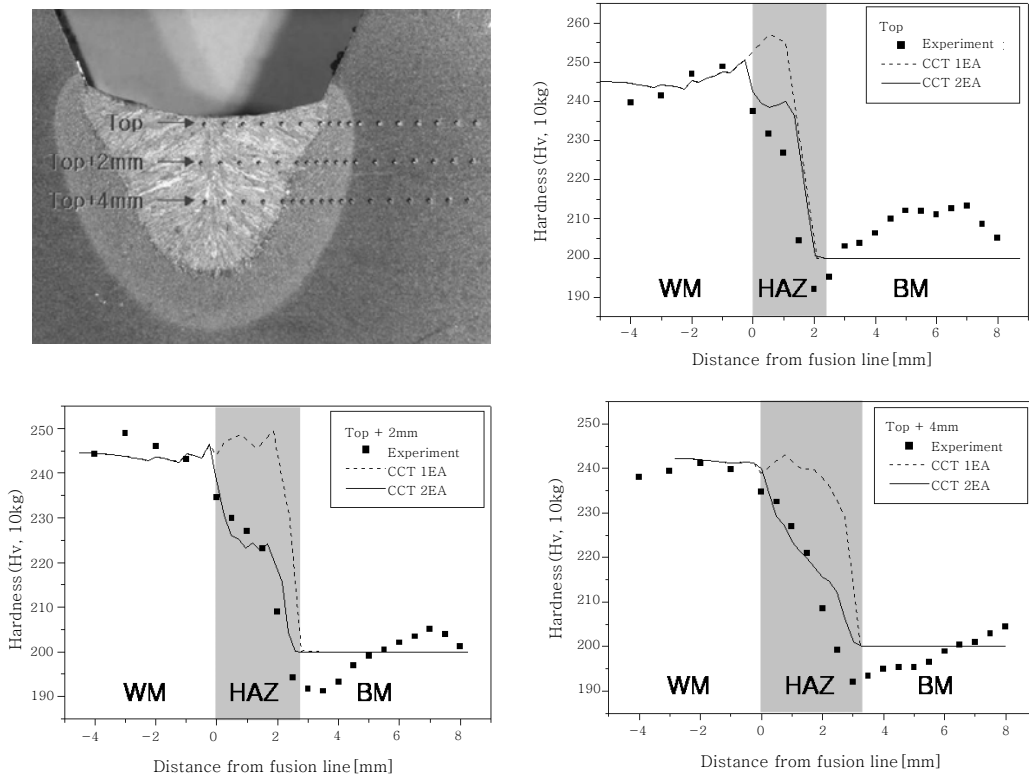


Fig. 11 Comparison of hardness distribution between experiments and simulation results

선도를 고려해야만 한다.

본 연구에서의 핵심 열적 물성 도출/측정, 야금학적 물성 측정, 임의의 단면분포 형상을 갖는 열원모델링 등의 일련의 개선을 통하여 용접부 단면형상 크기 예측오차(CTQ1)는 개선전 평균 22%(표준편차 4.94%)에서 개선후 평균 4.19%(표준편차 1.34%)로 향상되었고 열영향부 경도분포 예측오차(CTQ2)는 개선전 평균 29.2%(표준편차 1%)에서 개선후 평균 4.61%(0.8%)로 향상되었다.

5. 결 론

용접부 열해석 정도의 평가지수로 용접부 단면형상(용융부/열영향부) 크기 예측오차와 열영향부 경도분포 예측오차를 사용하였다. 용접부 열해석 정도 향상에 필요한 영향인자를 도출/개선하고 Sysweld를 이용하여 상변태를 고려한 수치해석 및 실험결과와의 비교 검증을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 통계적 비교검증을 통하여 용접부 열해석 정도에 큰 영향을 미치는 열적 물성은 비열, 열전도계수로 도출되었다. 그러나, 본 연구의 대상강재인 EH36-TM강의 열적 물성을 측정해 본 결과 일반 연강의 열적 물성과 크게 다르지 않았다.

2) 열영향부의 상변태는 최고도달온도(또는 오스테나이트 결정립 크기)에 따라 다르게 나타났으며, 최고도달온도가 증가할수록 bainite, martensite 등 저온변태조직이 더 많이 발생하였다. 따라서, 열영향부에서의 상분율 및 경도를 정도 높게 예측하기 위해서는 반드시 2개 이상의 CCT선도를 고려해야만 한다.

3) 아크용접 열원으로 가장 일반적으로 사용되는 이중타원모델은 열원의 단면형상이 타원형상이므로 용접부 단면형상 해석결과도 타원으로만 나타나기 때문에 용접부 단면을 표현하는 데는 한계가 있다. 임의의 단면분포형상을 갖는 열원모델을 이용하면 실험결과와 매우 유사한 결과를 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

1. Lars-Erik Lindgren: Finite element modeling and simulation of welding. Part 1: Increased complexity, Journal of Thermal Stresses, Vol.24 (2001), 141- 192
2. Lars-Erik Lindgren: Finite element modeling and simulation of welding. Part 2: Improved material modeling, Journal of Thermal Stresses, Vol.24 (2001), 195-231
3. J. Goldak, A. Chakravarti and M. Bibby: A new finite element model for welding heat sources, Metallurgical Trans. B, Vol.15B (1984), 299-305
4. J. Goldak, M. Bibby, J. Moore, R. House and B. Patel:

- Computer modeling of heat flow in welds, Metallurgical Trans. B. Vol.17B (1986), 587-600
5. C.K. Leung and R.J. Pick: The use of generalized plane strain elements in the prediction of residual stresses in welded flat plates, Proc. of the Symposium on the Computer Modelling of Fabrication Processes and Constitutive Behavior of Metals, (1986), 563
 6. S. Das, U. Upadhy, U. Chandra, M.J. Kleinosky and M.L. Tims: Finite element modeling of a single- pass GMA weldment, Proc. of the 6th Int. Conf. Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, (1993), 593
 7. P. Michaleris and A. DeBiccari: Prediction of welding distortion, Welding Journal, Vol.76, No.4 (1997), 172-181
 8. J. Zhang, Y.Dong and A. Nanjundan: An enhanced heat source model for gas metal arc welding, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 5, (2001)