

유도가열을 이용한 강판성형공정에서 변형량 예측을 위한 계산식 유도

배강열* · 양영수** · 현충민*** · 원석희*** · 조시훈***

*진주산업대학교 메카트로닉스공학과

**전남대학교 기계공학과

***삼성중공업 산업기술연구소 용접연구

Derivation of Simplified Formulas to Predict Deformations of Plate in Steel Forming Process with Induction Heating

Kang-Yul Bae*, Young-Soo Yang**, Chung-Min Hyun***, Seok-Hee Won*** and Si-Hoon Cho***

*Dept. of Mechatronics Engineering, Jinju National University, Jinju 660-758, Korea

**Dept. of Mechanical Engineering, Chonnam National University, Gwang-ju 500-757, Korea

***Institute of Industrial Technology, Samsung Heavy Industries Co., Ltd., Geoje 656-710, Korea

Abstract

Recently, the electro-magnetic induction process has been utilizing to substitute the flame heating process in shipyard. However, few studies have been performed to exactly analyze the deformation mechanism of the heating process with mathematical model. This is mainly due to the difficulty of modeling the inductor travelling on plate during the process.

In this study, heat flux distribution of the process is firstly numerically analysed with the assumption that the process has a quasi-stationary state and also with the consideration that the heat source itself highly depends on the temperature of base plate. With the heat flux, the thermal and deformation analyses are then performed with a commercial program for 34 combinations of heating parameters. The deformations obtained and heating parameters are synthesized with a statistical method to produce simplified formulas, which easily give the relation between the heating parameters and deformations. The formulas are well compared with results of experiment.

*Corresponding author : ysyang@chonnam.ac.kr

(Received May 14, 2007)

Key Words : Steel forming, Electro-magnetic induction, Heat-source analysis, Heat-flow analysis, Deformation analysis, Angular deformation, Transverse shrinkage, FEM, Statistical method, Simplified formula

1. 서 론

선박제작 과정에서 강판(Plate)을 원하는 형상으로 성형하고 이를 용접하는 공정은 생산성과 정도의 관점에서 중요한 공정으로 인식되고 있다. 곡면 부재를 성형하는 공정은 주로 산소-프로판가스 화염을 이용하여 강판의 변형을 제어하는 방법을 사용하고 있는데, 작업자의 숙련도에 따라 생산성과 정도가 결정되어 진다. 이는 강

판의 변형을 정밀하게 제어하기 위해서는 열원의 제어가 쉽게 이루어져야 하나 산소-프로판가스 화염을 이용한 공정에서는 정교한 열원 제어가 매우 어렵기 때문이다. 더욱이 이러한 작업은 오랜 숙련공의 기술에 의존하고 있어 이들 전문 인력의 노령화에 따른 인력 수급 및 기술전수의 어려움이 최근 조선업체에서 대두되고 있다.

이에 대한 대안으로 곡면성형 공정에서의 가열정보 자동생성 프로그램과 열가공 자동화 장치를 도입하여 강판을 성형하는 방안이 제안되고 있다¹⁾. 이러한 자동

화 시스템에서는 정밀한 강판 변형 제어가 가능하도록 열원 제어가 비교적 용이한 고주파 유도가열 열원을 사용하고자 노력하고 있다. 하지만, 고주파 유도가열을 이용한 강판의 변형제어에 관한 연구는 아직 미미한 상태로, 이에 대한 연구가 선행되어야 한다. 현재까지 진행된 연구를 살펴보면, 우선 고주파 유도가열 공정의 2차원 온도분포 해석이 일부 이루어져 있고²⁻⁶⁾, 유도가열에서의 강판변형에 대한 3차원 이론해석이 수행된 바 있으나⁷⁾, 온도변화에 대한 기계적, 자기적, 열적 성질 등의 고려가 되지 못하였고, 특히 인덕터의 이동 등 실제 공정에 대한 고려가 이루어지지 못한 측면이 있다.

본 연구에서는 정밀한 곡면 성형을 위해 투입되는 열량의 정밀 제어가 가능한 고주파 유도가열 공정에서 가공조건에 따른 변형량을 예측할 수 있도록 간이화된 변형 예측식을 유도하고자 한다. 이를 위하여 가공조건에 따른 열해석과 변형해석이 요구되며, 이는 유한요소법을 이용한 수치해석을 통하여 구현이 가능하다.

한편, 고주파유도가열의 경우 일정 속도로 이동할 때, 강판의 온도를 계산하기 위해서는 강판, 유도코일, 공기 등의 해석영역 형태가 지속적으로 변화되어야 한다. 그러므로 기능이 한정된 상용 유한요소 프로그램을 이용하여 이러한 전열과정과 온도해석을 수행하는 것은 매우 어렵다. 본 연구에서는 유도가열 공정을 이동좌표계를 사용한 준정상상태로 가정하고, 유한요소법을 이용한 전자기장 해석프로그램을 개발하였다. 이를 활용하여 고주파 유도가열에 의해 강판에 발생하는 발열량을 먼저 계산하였고, 계산된 발열량을 입력값으로 하여, 상용 유한요소해석 프로그램인 MARC를 사용하여 고주파유도가열 공정의 열유동 해석과 열변형 해석을 수행하여 변형량을 계산하였다. 간이화된 수식을 확립하기 위하여, 가열조건의 파라미터 조합을 설정하고, 이에 대한 열유동 및 변형해석을 수행하여, 고주파 유도가열에 의한 평균가열시 발생하는 변형예측을 위한 간이화된 수식을 도출하고자 하였다.

2. 고주파 유도 가열공정의 발열량 해석

2.1 유도가열의 전자기장 해석

Fig. 1과 같이 유도가열(induction heating) 장치에 고주파 전류가 흐르게 되면 도체 주위의 표면에는 와전류(eddy current)가 발생하고 이로 인해 열이 발생하게 된다. 이 열을 이용하여 가열하는 방식이 고주파 유도가열이다.

맥스웰 방정식으로부터 유도된 주파수 영역에서의 와전류 지배방정식은 다음과 같이 표현된다⁸⁾.

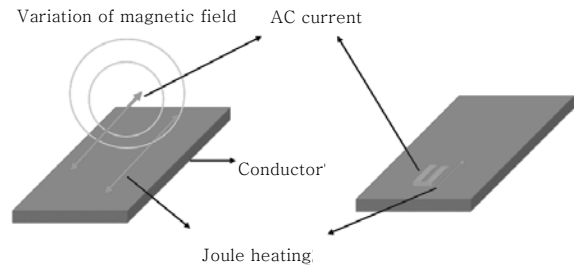


Fig. 1 Schematic model of induction heating process

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 A + j\omega\sigma A = J_s \tag{1}$$

여기서 A는 자기벡터 포텐셜(wb/mm), J_s 는 외부전류원(A/mm), μ 는 투자율(H/mm), ω 는 각속도, σ 는 전기전도도(1/Ωmm)이다.

유한요소법을 이용하여 방정식 (1)에 대한 해석을 수행하면, 와전류를 계산할 수 있고, 와전류로부터 발생열원의 분포를 알 수 있다. 맥스웰 방정식은 X, Y 방향에 각각 독립적으로 적용이 가능하기 때문에 각 방향으로 수식의 분리가 가능하다. 즉, 유한요소 계산에서 X, Y 각 방향의 전류에 대하여 발열량을 계산하고, 벡터 합을 이용하면 강판에서 발생한 발열량을 구할 수 있다. 식 (1)을 유한요소법을 위해 정식화하면 다음과 같이 표현된다.

$$[K][A] = [J] \tag{2}$$

$$[K] = \frac{1}{\mu} \int \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] \right) d\Omega + j\omega\sigma \int [N]^T [N] d\Omega \tag{3}$$

$$[J] = \int J_s [N]^T d\Omega \tag{4}$$

방정식 (2)에서 얻어진 자기벡터 포텐셜을 이용하여 발생열원을 다음과 같이 구한다.

$$q = \frac{[\text{Re}(J_e)]^2}{\sigma} \tag{5}$$

여기서, $J_e = \sigma(-\partial A/\partial t)$, J_e 는 와전류밀도이다.

주파수 영역에서의 평균 열원은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{q} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} q dt \quad (6)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2} (\sigma \omega^2 A_x A_x^* + \sigma \omega^2 A_y A_y^*) \quad (7)$$

여기서, A^* 는 공액복소수를 의미한다.

2.2 전자기장 해석을 위한 준정상상태(quasi-stationary state) 열전달 해석

맥스웰 방정식을 이용한 발열량 해석은 해석영역의 투자율, 전기전도율 등 정확한 재료의 물성치를 필요로 한다. 또한, 전자기해석에서 요구되는 이러한 재료의 물성치는 온도에 따라 변하는 온도존성을 보이기 때문에 모재에 발생하는 유도전류를 해석하기 위해서는 모재의 온도해석이 병행되어야 한다. 즉, 초기 상온상태 물성치에서 발열량을 구하고, 발열량에 의한 온도분포 계산, 계산된 온도분포에 의해 물성치를 수정, 다시 발열량 계산을 반복하여 수렴할 때까지 계산하는 방법이 적용될 수 있다. Fig. 2는 초기 상온 상태의 물성치일 때 발열량과 온도분포를 고려한 정상상태의 발열량을 비교하였다. 강판의 온도 변화에 따라 물성치가 크게 차이가 나기 때문에 발생된 열량의 분포가 다르게 나타남을 확인 할 수 있다.

발열량 계산을 위한 전자기장해석과 온도분포 계산을 위한 열전달 해석이 동시에 수행되는 유한요소 해석을 위해 Fig. 3과 같이 강판, 공기, 유도코일을 해석영역으

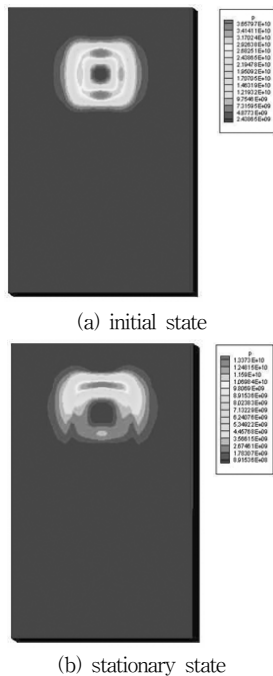


Fig. 2 Heat generation in induction heating

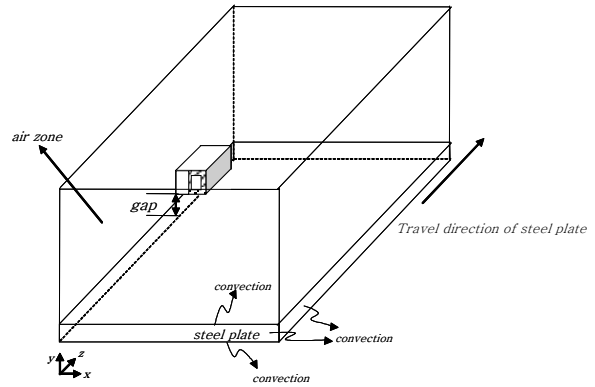


Fig. 3 Three dimensional half model for FEM analysis of induction heating

로 설정하였다. 한편, 유도가열코일이 이동함에 따라 초기에 공기로 설정하였던 요소가 유도가열코일 요소로 변하고, 유도가열코일이 지나간 후에는 다시 공기로 변화하게 하는 방법이 필요하다. 본 연구에서는 이에 대처하기 위하여 유도가열코일 진행 방향으로 준정상 상태를 가정하여, 가열현상을 모델링하고, 온도분포를 해석하는 방법을 구현하였다.

준정상상태를 가정하면 시간변수가 없어지고, Fig. 4와 같이 유도가열 진행방향으로 유도가열 위치를 원점으로 하는 이동좌표계가 설정되어 열유동 현상을 표현할 수 있게 된다.

강판 열유동에 관한 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \bar{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (8)$$

여기서, 식(9)의 관계를 이용하여, 식 (8)을 준정상상태의 이동좌표계로 변환하여 정리하면 식(10)과 같다⁹⁾.

$$\xi = x - vt, \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \quad (9-1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}, \quad (9-2)$$

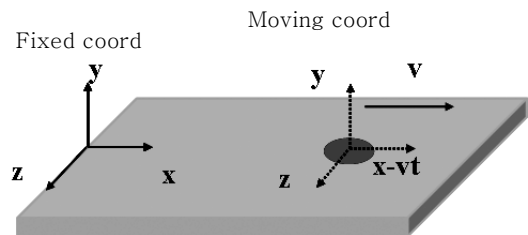


Fig. 4 Moving coordinate

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{MC} + \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (9-3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \bar{q} = \rho c \left(-v \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \quad (10)$$

식 (10)를 유한요소법으로 정식화하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int -\rho c v [N]^T \left[\frac{\partial T}{\partial \xi} \right] T dV + \left[k \int \left(\left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] \right) dV + h_c \int [N]^T [N] dA \right] \{T\} = \int \bar{\rho} [N]^T dV + \int h_c T_\infty dT \quad (11)$$

본 연구에서는 식 (11)을 Fortran 언어를 이용하여 프로그램으로 구현하였고, 이를 이용하여 온도해석을 수행하였다. 해석에 사용된 요소분할은 Fig. 5와 같고, 3차원 8절점 요소로 구성되어 있다.

개발된 프로그램에서는 가열속도, 전류, 주파수 등이 입력 파라미터가 되고, Fig. 6과 같이 전자기장 해석과 온도 해석을 순차적으로 반복하여 계산하고, 전 단계와 현 단계의 온도차이가 수렴값에 도달하면 계산을 종료

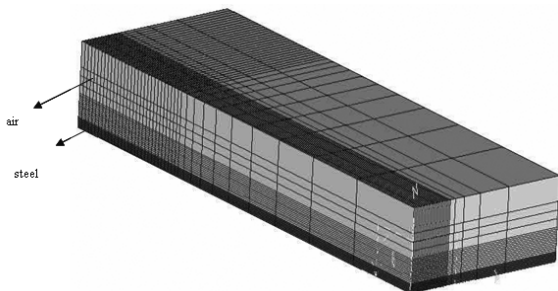


Fig. 5 Mesh generation for heat flux and thermal analysis of induction heating

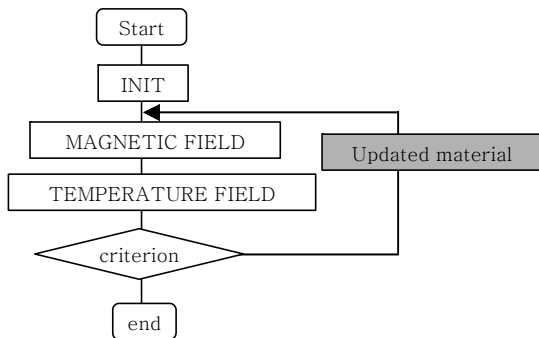


Fig. 6 Calculation procedure for heat flux and thermal analysis

하고, 각 절점에서의 발열량을 얻게 된다. 계산된 발열량은 상용 프로그램인 MARC로 수행되는 과도 열변형 해석의 입열량으로 사용된다.

3. 고주파 유도 가열공정의 해석 및 실험

3.1 열유동 및 열변형 해석

유도가열에 의한 강관의 열변형 해석을 정확히 수행하기 위해서는 과도 열유동 해석이 필요하다. 전자기장 해석에서 미리 계산된 입열량의 분포를 이용하여 상용 프로그램인 MARC에서 강관에서의 열유동 해석을 수행하였다. 입열량은 이동되는 인덕터의 현재 위치로부터 거리에 따라 분포되는 형태로 저장된 데이터 파일에서 입력된다. Fig. 7은 해석에 사용된 강관의 요소분할 형태를 보여 주고 있다. 강관은 1000mm×500mm의 크기이며, 열원에 대칭되는 가열형태를 이룬다고 가정하여 폭 방향의 절반 부분만을 해석영역으로 선정하였고, 재질은 AH32 TMCP 강재를 대상으로 하였다. 단, 가공조건은 현업적용이 가능한 범위에서, 가열속도는 5 - 19mm/sec, 강관의 두께는 20 - 40mm 범위에서 선정하였고, 전류는 3750A를 설정하였다. 변형해석은 열유동 해석의 결과를 열하중(thermal load)으로 이용하여 수행하였고, 수행한 가열조건, 재료, 그리고 해석영역은 열유동해석의 경우와 동일하다. 경계조건은 중앙의 좌우이동과 강관폭의 1/4지점에서 단순지지로 상하이동을 구속하였다.

3.2 유도가열 실험 및 변형측정

유도가열에 의해 발생하는 열변형 해석의 신뢰성을 확보하기 위하여 유도가열장치를 이용하여 가열을 실시하고 냉각 후 변형량을 측정하여 비교하는 실험을 수행하였다. 가열 실험에 적용한 강관과 지지형태는 유한요소해석과 동일하도록 Fig. 8과 같이 설정하고 제작하였다.

Fig. 9는 실험에 사용한 유도가열장치의 인덕터 형태

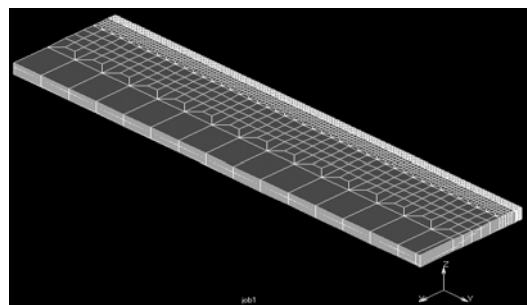


Fig. 7 Mesh generation for thermal and mechanical analysis (1000×250×t mm)

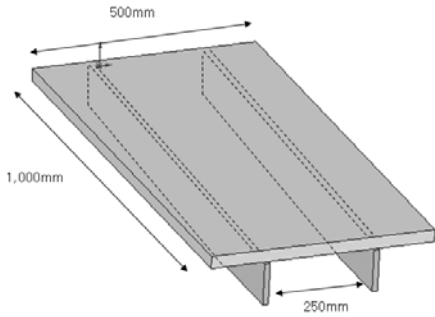


Fig. 8 Steel plate and supporting condition



Fig. 9 Photograph of inductor

와 가열과정을 보여 주고 있고, 실험조건은 가열 속도를 7, 10, 15mm/s로, 강판의 두께를 28mm, 전류를 3750A로 설정하였다. 각변형과 종수축 등 변형계측은 3차원 CMM(Coordinate Measuring Machine) 측정장치를 활용하였다.

4. 해석 및 실험결과

열유동해석으로 강판 내의 온도분포를 산출할 수 있었고, 해석결과의 검증에 위해 열영향부의 크기를 실험에서 얻은 결과와 비교 하였다.

Fig. 10은 강판 두께 23mm, 가열속도 10mm/s인 경우에 해석과 실험에 의해 얻은 열영향부의 크기를 보여 주고 있다. 해석의 결과는 실험의 결과와 유사한 크기의

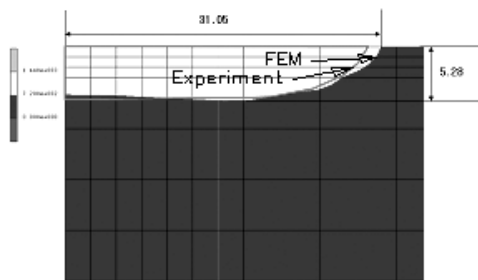


Fig. 10 Comparison of HAZ sizes obtained by analysis and experiment

열영향부를 보여주고 있다. 따라서 본 연구에서 수행된 열유동해석의 타당성을 검증할 수 있었다. 뿐만 아니라 열원의 분포를 계산한 전자기장해석도 매우 적합한 과정으로 판단할 수 있었다.

Table 1은 가열속도, 강판 두께, 전류 등 가열 파라미터에 따른 횡수축과 각변형의 크기를 예측한 변형해석 결과이고, Table 2는 해석과 비교하기 위한 유도가열

Table 1 Results of thermal deformation analysis in induction heating

v (mm/sec)	t (mm)	current (A)	transverse shrinkage (mm)	angular distortion (rad)
5	20	3750	0.9468	0.0138
7	20	3750	0.4976	0.0230
16	20	3750	0.1340	0.0139
19	20	3750	0.1397	0.0146
5	23	3750	0.5838	0.0202
7	23	3750	0.3767	0.0227
10	23	3750	0.2613	0.019
13	23	3750	0.1912	0.0156
16	23	3750	0.0967	0.0092
19	23	3750	0.0977	0.0097
5	28	3750	0.3926	0.0209
7	28	3750	0.2534	0.0164
10	28	3750	0.1729	0.0127
13	28	3750	0.1257	0.0098
16	28	3750	0.0676	0.006
19	28	3750	0.0709	0.0063
5	32	3750	0.2903	0.0159
7	32	3750	0.1825	0.0116
10	32	3750	0.1246	0.0088
13	32	3750	0.0937	0.007
16	32	3750	0.0518	0.0043
19	32	3750	0.0543	0.0044
5	35	3750	0.2362	0.0126
7	35	3750	0.1476	0.009
10	35	3750	0.1015	0.0067
13	35	3750	0.0782	0.0054
16	35	3750	0.0448	0.0035
19	35	3750	0.0472	0.0036
5	40	3750	0.1732	0.0091
7	40	3750	0.1068	0.0062
10	40	3750	0.0743	0.0046
13	40	3750	0.0574	0.0037
16	40	3750	0.0336	0.0025
19	40	3750	0.0352	0.0026

Table 2 Results of experiment in induction heating

v (mm/sec)	t (mm)	current (A)	transverse shrinkage (mm)	angular distortion (rad)
7	28	3750	0.3414	0.0135
10	28	3750	0.1914	0.0113
15	28	3750	0.1353	0.0082

실험결과를 나타내었다. 유한요소해석과 실험결과에서 발생된 변형은 비교적 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

5. 변형량 예측을 위한 간이화 수식 유도

각변형에 대한 가열 속도와 강관 두께의 상관관계를 구하기 위하여, 산소-프로판 가스를 이용한 강관의 변형예측식을 유도하는데 사용되었던 과정과 동일한 방법을 사용하였다¹⁰⁾.

먼저 속도와 두께가 각변형에 다음의 지수함수를 갖는다고 가정하였다.

$$\theta = a v^x t^y \tag{12}$$

여기서, a, x, y는 상수이고, v는 속도(mm/sec), t는 두께(mm), θ 는 각변형(rad)이다.

식 (12)에 log를 취하면

$$\log(\theta) = \log(a) + x \log(v) + y \log(t) \tag{13}$$

여기서,

$\Theta = \log(\theta)$, $A = \log(a)$, $V = \log(v)$, $T = \log(t)$ 라 치환하면, 다음과 같은 1차 선형 방정식이 유도된다.

$$\Theta = A + x V + y T \tag{14}$$

Θ , A , V , T 에 각각 유한요소해석 결과를 입력하고, 회귀분석을 이용한 통계처리를 수행하면 x, y 값을 구할 수 있다. 통계처리 소프트웨어인 SPSS를 이용하여 처리한 결과, $x=-0.795$, $y=-2.033$ 을 얻었다. 그러므로, 각변형은 $v^{-0.795}$, $t^{-2.033}$ 의 함수임을 알 수 있고, $v^{-0.795}$, $t^{-2.033}$ 를 독립변수로 하고, 각변형 θ 를 종속변수로 하면 다음과 같은 다항식으로 표시할 수 있다.

$$\theta = a_1 + a_2 \left(\frac{1}{v^{0.795} t^{2.033}} \right) + a_3 \left(\frac{1}{v^{0.795} t^{2.033}} \right)^2 + a_4 \left(\frac{1}{v^{0.795} t^{2.033}} \right)^3 + \dots \tag{15}$$

식 (15)에서, 회귀분석과 각변형 결과 데이터를 이용하

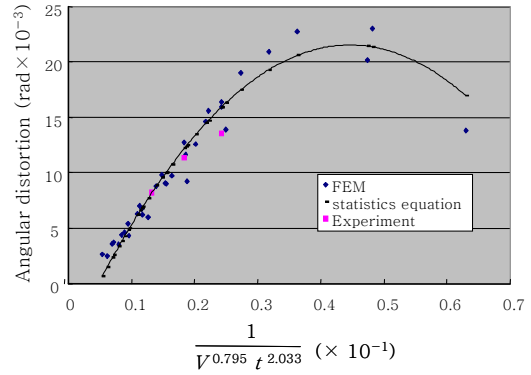


Fig. 11 Effect of induction heating conditions on angular deformations

여 계수 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 을 구할 수 있다. 이때 3차 항 이상인 a_4 값은 크기가 미미하고 거의 0에 가까워, 큰 의미가 없으므로 최종적으로 속도와 두께가 주어진 조건에서의 각변형 예측식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\theta = (-5.4 \times 10^{-3}) + 120.7 \left(\frac{1}{v^{0.795} t^{2.033}} \right) - 135301.7 \left(\frac{1}{v^{0.795} t^{2.033}} \right)^2 \tag{16}$$

해석 및 실험 결과와 통계처리에 의해 구한 수식의 관계를 Fig. 11에 나타내었다. 간이화 수식은 해석과 실험결과를 매우 잘 묘사하고 있음을 보여 주고 있어, 임의의 가열 조건에서도 각변형 예측이 가능함을 알 수 있다.

각변형의 경우와 동일한 과정으로 횡수축의 경우에 대해서도 통계적인 방법을 사용하였다. 횡수축량 δ 는 속도와 두께에 관하여 $v^{-1.341}$, $t^{-2.123}$ 의 함수임을 알 수

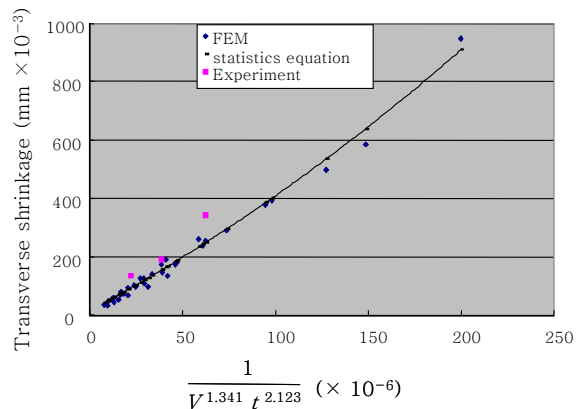


Fig. 12 Effect of induction heating conditions on transverse shrinkages

있었고, 식 (17)과 같이 간이화된 수식으로 나타낼 수 있다. 통계적 방법에 의해 도출된 간이 수식과 해석 및 실험 결과를 Fig. 12에 비교하여 나타내었다. 간이화된 수식으로 변형의 크기를 비교적 정확히 예측할 수 있음을 보여 주고 있다.

$$\delta = 15.9 \times 10^{-3} + 3396.9 \left(\frac{1}{v^{1.341} t^{2.123}} \right) + 5358895.1 \left(\frac{1}{v^{1.341} t^{2.123}} \right)^2 \quad (17)$$

6. 결 론

고주파 유도가열을 이용한 강관성형공정에서, 각변형과 횡수축 등 변형량을 용이하게 예측할 수 있는 간이화된 변형예측식을 유도하고자 하였다. 이를 위해 가열 파라미터의 조합에 대한 열유동해석과 열변형해석을 수행하였다. 고주파 유도가열에서의 입열과정은 준정상상태로 가정하여 온도변화에 따른 물성치를 고려한 발열량 분포 계산용 프로그램을 개발하여 적용하였다. 이를 활용하여 열원의 분포를 계산하였는데 인덕터의 현재 위치로부터의 거리에 따라 열량이 계산되었다. 고주파 유도가열에 의한 열변형 해석은 먼저 계산된 발열량을 입열량으로하여 열해석과 변형해석을 통하여 변형량을 계산하였다. 그 결과를 사용하여 가열 파라미터와 변형 결과를 조합하고 통계화하여, 가열조건에 따라 손쉽게 변형을 예측할 수 있는 간이화된 수식을 유도할 수 있었다. 가열실험을 통하여 전열과정 및 열유동해석의 정확성을 검증하였고, 간이화된 수식은 변형실험결과와 매우 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

후 기

본 연구는 산업자원부 지역산업기술개발사업 연구비 지원에 의하여 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. J.G. Shin, C.H. Ryu, J.H. Lee, W.D. Kim, "A User-friendly, Advanced Line heating automation for Accurate plate Fabrication", Journal of ship Production, 19-1 (2003), 8-15
2. Hiroki Kawaguchi, Masato Enokizono and Takashi Todaka, "Thermal and magnetic field analysis of induction heating problem", Journal of Materials Processing Technology, 161 (2005), 193-198
3. Alexander Boadi, Yuji Tsuchida, Takashi Todaka and Masato Enokizono, Designing of suitable construction of high-frequency induction heating coil by using finite-element method", IEEE Transactions on Magnetics, 41-10 (2005), 4048-4050
4. S.C. Chen, H.S. Peng, J.A. Chang and W.R. Jong, "Simulations and verifications of induction heating on a mold plate", Int. Comm. Heat Mass Transfer, 31-7 (2004), 971-980
5. Janne Nerg, "Numerical solution of 2D and 3D induction heating problems with non-linear material properties taken into account", IEEE Transactions of Magnetics, 36-5 (2000), 3119-3121
6. Valtko cingoski, Akihiro Namera, Kazufumi Kaneda and Hideo Yamashita, "Analysis of magneto-thermal coupled problem involving moving eddy-current conductions", IEEE Transactions of Magnetics, 32-3 (1996), 1042-1045
7. C.-D. Jang, H.-K. Kim and Y.-S. Ha, "Prediction of plate bending by high-frequency induction heating", Journal of Ship Production, 18-4 (2002), 226-236.
8. K. Sadeghipour J.A. Dopkin and K.Li, "A Computer Aided Finite Element-Experimental Analysis of Induction Heating Process of Steel," Computers in Industry, 28 (1996), 195-205
9. K. Masubuchi, Analysis of welded structures, Pergamon Press, ch. 2 (1980), 69-71
10. K.Y. Bae, Y.S. Yang, C.M. Hyun, S.H. Cho, "Development of Simplified Formulars to Predict Deformations in Plate Bending Process with Oxy Propane Gas Flame", Journal of Korean Welding and Joining Society, 25-2 (2007), 172-177 (in Korean)