

## 용접 구조물 압축강도의 간이해석에 관한 연구

서 승 일\*

\*(주)한진중공업 산업기술연구소

### A Study on the Simplified Method to Calculate the Compressive Strength of Welded Structures

Seung Il Seo\*

\*Technical Research Institute, Hanjin Heavy Industries & Construction Co. Ltd., Seoul 110-140, Korea

#### Abstract

Residual stresses and deformations due to welding have effects on the strength of structures. In this paper, the compressive strength of basic welded structures is studied and the effects of the residual stresses and deformations on the compressive strength of beams, plates and shells are investigated. Theoretical analysis for the basic structures is carried out and simplified methods to calculate the compressive strength are proposed. The proposed methods yield simple formulas to calculate the compressive strength, of which results are much helpful. The accuracy of the proposed method is revealed by comparison with experimental results.

(Received April 24, 2000)

Key Words : Welded structures, Compressive strength, Residual stress, Initial deformation, Beam, Plate, Cylindrical Shell, Buckling, Ultimate strength

#### 1. 서 론

선박이나 해양 구조물, 육상 구조물 등 용접으로 제작되는 철구조물에는 용접에 기인한 잔류응력과 변형이 존재하고 있다. 이러한 잔류응력과 변형은 구조물의 초기결함으로 작용하여 강도를 저하시키는데, 특히 압축강도에 민감한 영향을 준다.

잔류응력과 변형이 구조물의 강도에 미치는 영향에 관하여는 많은 연구자들에 의해 오랜 기간 동안 연구되어 왔고, 축적된 연구 성과는 Masubuchi의 저서<sup>1)</sup>에 잘 정리되어 있다. 그런데, 현재까지의 연구결과는 크게 두가지로 나누어 볼 수 있다. 첫 번째는 실험과 이론식을 통해 구조물의 강도에 미치는 잔류응력 및 변형의 영향을 파악하여 그 효과를 간단한 식에 포함시킨 연구 결과를 들 수 있고, 또 하나는 근래에 발달된 수치계산법의 도움으로 잔류응력 및 변형이 존재하

는 구조물의 강도를 수치적으로 시뮬레이션하는 방법을 들 수 있다. 유한요소법과 컴퓨터 기술의 발전에 따른 강력한 유한요소해석 상용 소프트웨어의 등장으로 인해 각종 상태에서 구조물의 거동이 거의 완벽하게 시뮬레이션이 가능하게 되었다. 그런데, 구조물의 설계자의 입장에서 본다면, 변경이 잦은 설계 과정에서 구조물의 상세해석보다는 구조물을 이루고 있는 구조 요소에 대한 정량적인 분석이 더 요청된다고 할 수 있다. 본 연구에서는 구조 설계자의 입장에서 대형 용접 구조물을 구성 요소인 보(beam)와 판(plate) 및 각(shell)으로 나누고, 각각의 구성 요소에 압축하중이 작용하는 경우의 구성 요소의 거동 및 좌굴강도와 최종강도를 계산하는 이론식을 제시하고자 한다.

#### 2. 용접에 의한 초기결함의 추정

용접 구조물에는 용접 시 불균일한 온도 분포 및 용

용 냉각에 따라 잔류응력과 변형이 발생하는데, 잔류응력과 변형은 다양한 형태를 갖게 된다. 특히 판구조물에 존재하는 용접변형은 중·횡수축, 각변형, 회전변형, 좌굴변형 등 다양한 형태가 존재한다. 이러한 잔류응력 및 변형은 실험적인 방법과 이론적인 방법에 의해 추정이 가능하다<sup>2)</sup>.

잔류응력을 추정하기 위한 이론적인 방법으로는 먼저 고전적인 방법으로서 용접부 주위의 고유변형도를 가정하고 탄성이론에 기초하여 구조물 내부의 잔류응력을 계산하는 방법을 들 수 있다. 이 방법을 통해 잔류응력 분포를 알기 위해서는 고유변형도의 크기와 분포 특성을 정확히 알아야 하는 전제 조건이 따르게 된다. 다음으로는 근래에 발달된 유한요소법 등의 수치해석 기법을 적용하여 용접 시의 열탄소성 반복 과정을 시뮬레이션하여 최종적인 잔류응력 분포를 얻는 방법을 들 수 있다. 수치해석에 의한 시뮬레이션 방법은 적용 범위가 다양하고, 어느 정도 정확한 잔류응력 분포를 알 수 있으나 계산 효율이 떨어진다는 문제가 있다. 실험적인 방법에 의한 잔류응력의 추정은 먼저 잔류응력에 미치는 용접 변수의 영향을 파악하여 지배인자를 설정하고, 반복 실험 결과를 지배인자에 따라 정리하여 실험식을 정립함으로써 가능하게 된다. 실험식을 통해 복잡한 구조물의 잔류응력을 정밀하게 추정하기에는 무리가 따르지만, 기본적인 구조물의 잔류응력 추정에는 극히 유용하게 사용될 수 있다.

잔류응력의 실제 분포 형상은 다양하지만, 잔류응력의 영향을 정량적으로 분석하기 위해서는 단순화된 분포 특성이 필요하다. 보강재로 둘러 싸인 판에 존재하는 잔류응력은 Fig. 1과 같이 단순화 시킬 수 있으며 Ueda 등은 잔류응력 분포 추정을 위해 다음 식<sup>3)</sup>을 제시하였다.

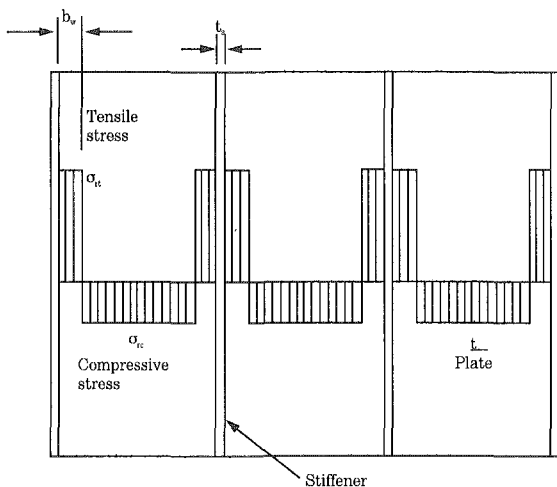


Fig. 1 Distribution of residual stress in welded structure

$$b_w = \frac{t_s}{2} + 0.619 \frac{Q}{t_s + 2t} \tag{1}$$

여기서,  $b_w$  = 인장 잔류응력의 분포폭  
 $Q$  = 용접 중 투입된 입열량(J/mm)  
 $t_s$  = 보강재의 두께(mm)  
 $t$  = 판의 두께(mm)

용접부 근처의 인장 잔류응력  $\sigma_{tt}$ 은 보통 재료의 항복응력에 도달하고 있으며, 압축 잔류응력은 다음식으로 계산된다.

$$\sigma_n = \frac{2\alpha_w b_w}{b - 2b_w} \tag{2}$$

여기서,  $b$  = 보강재 사이의 거리  
 $\sigma_n$  = 압축 잔류응력

용접 구조물의 상세한 변형 해석은 열탄소성 해석에 기초한 유한요소법을 이용하여 수행 가능하다<sup>2)</sup>, 본 연구에서는 간이해석을 위해 실험을 통해 얻어진 간이식을 적용하기로 한다. 판구조물의 강도에 영향을 미치는, 용접에 의한 횡굽힘 변형은 Satoh 등의 연구 결과<sup>4)</sup>에 따라 다음과 같이 구해줄 수 있다.

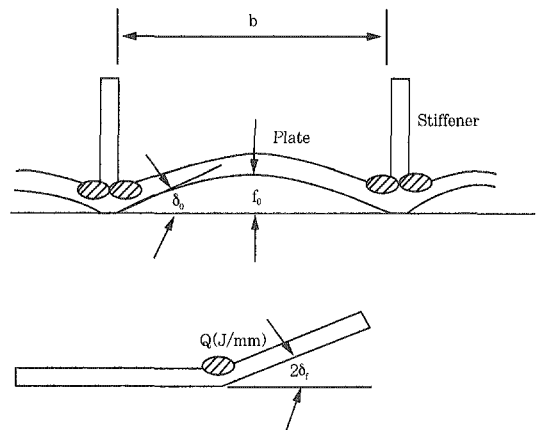


Fig. 2 Welding deformation of stiffened plate structure

Fig. 2와 같이 연강(mild steel) 재질의 평판에 용접한 경우 각변형량은

$$\frac{Q}{f} \leq 10.5 \text{ (J/mm}^3\text{)} \text{ 일 때,}$$

$$\delta_0 = 1.43 \times 10^{-3} \frac{Q}{f} \text{ (rad)} \tag{3}$$

여기서,  $\delta_0$  = 자유상태의 판의 용접후 각변형량

$$\frac{Q}{f} > 10.5 \text{ (J/mm}^3\text{)} \text{ 일 때,}$$

$$\delta_f = -5.7 \times 10^2 \frac{Q}{r} + 0.021 \text{ (rad)} \quad (4)$$

과 같이 구해진다. 판이 보강재에 의해 구속되는 경우에는 다음 식으로 변형량을 구할 수 있다<sup>5)</sup>.

$$\delta_0 = \frac{2\delta_f}{(1+\beta_c C)} \quad (5)$$

여기서,  $\delta_0$  = 구속된 판의 각변형량

$$\beta_c = 37.5 \text{ (cm)}$$

$$C = \frac{3.169}{b} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$$

최종적인 판의 중앙에서의 변형량  $f_0$ 는 다음 식으로 구해진다.

$$f_0 = \frac{3b\delta_0}{8} \quad (6)$$

용접 조립보는 용접선 주위에서 용융과 냉각에 따른 수축이 발생하여 종수축이 발생하고 이로 인해 Fig. 4와 같이 종굽힘 변형이 발생한다. 종수축에 의한 종방향의 곡률은 다음 식으로 계산된다<sup>6)</sup>.

$$\frac{1}{r} = 0.749 \times 10^3 \frac{Qe_s}{I} \quad (7)$$

여기서,  $\frac{1}{r}$  = 종방향의 곡률

$e_s$  = 조립보 단면의 중립축으로부터 용접선까지의 거리(mm)

$I$  = 조립보 단면의 단면 관성모멘트(mm<sup>4</sup>)



Fig. 3 Longitudinal bending deformation of built-up beam

보의 중앙에서의 변형량은 (7)식을 기초로 하여 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$d_0 = \frac{1}{8r} L^2 \quad (8)$$

여기서,  $d_0$  = 보의 중앙에서의 변형량

$L$  = 보의 길이

### 3. 잔류응력과 초기변형이 존재하는 보의 압축강도

압축하중을 받는 보(beam)의 거동은 Euler 기둥

이론으로 기술할 수 있다. 일반적으로 압축하중만을 받는 보를 기둥(column)이라고도 한다. 그런데, 탄성역에서의 Euler 기둥이론으로는 잔류응력이 존재하는 기둥의 거동을 적절하게 묘사할 수 없다. 잔류응력은 내부에 존재하는 응력이므로 자체적으로 평형을 이루고 있어서, 기둥 단면에 걸쳐 적분을 수행하면 영(zero)이 되기 때문에 탄성역에서는 그 효과가 나타나지 않기 때문이다. 따라서, 잔류응력이 존재하는 기둥의 경우에는 소성영역의 기둥 이론이 필요하게 된다. 소성영역의 기둥이론은 접선계수(tangent modulus) 이론이 많이 사용되고 있다<sup>7)</sup>.

잔류응력과 초기변형이 존재하는 양단 단순지지된 기둥의 변형을 다음과 같이 정현파로 가정할 수 있다.

$$w = d \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (9)$$

$$w_0 = d_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (10)$$

여기서,  $w$  = 기둥의 변형

$d$  = 기둥의 중앙에서 변형

$w_0$  = 기둥의 초기변형

$d_0$  = 기둥의 중앙에서 초기 변형

미소 변형을 가정하면 다음의 관계식을 세울 수 있다.

$$(w'')_{x=L/2} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{h} = -\frac{\pi^2}{L^2} d \quad (11)$$

여기서,  $\epsilon_1$  = 기둥 단면의 최내부에서의 변형도

$\epsilon_2$  = 기둥 단면의 최외부에서의 변형도

$h$  = 기둥 단면의 깊이

단면 내에서 변형도 분포를 선형이라 가정하고, 기둥 중앙에서 힘과 모멘트 평형 조건식을 적용하면 다음의 관계가 얻어진다.

$$P = \frac{1}{c_1 + c_2} [\epsilon_2(B_1 + c_1 B_0) + \epsilon_1(-B_1 + c_2 B_0)] \quad (12)$$

$$P \left[ \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_1)L}{4} + d_0 \right] = \frac{1}{c_1 + c_2} [\epsilon_2(B_2 + c_1 B_1) + \epsilon_1(-B_2 + c_2 B_1)] \quad (13)$$

여기서,  $B_0 = \int_{-c_1}^{c_2} E(y) dA$

$B_1 = \int_{-c_1}^{c_2} E(y) y dA$

$B_2 = \int_{-c_1}^{c_2} E(y) y^2 dA$

$E(y)$  = 단면의 임의 위치에서 응력-변형도 관계의 접선 계수(tangent modulus)

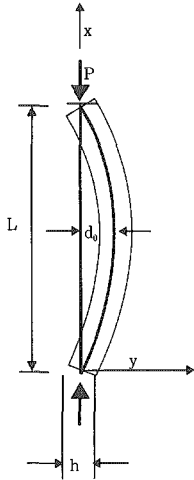


Fig. 4 Column with initial imperfection

중립축을 중심으로 탄성역에서  $B_1 = 0$  이 되는데, 이 관계를 소성역까지도 유효하다고 가정하면 (11), (12), (13)식으로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\epsilon_1 = \frac{P}{B_0} - \frac{Pd_0c_1}{B_2(1-\frac{P}{P_E})} \quad (14)$$

$$\epsilon_2 = \frac{P}{B_0} - \frac{Pd_0c_2}{B_2(1-\frac{P}{P_E})} \quad (15)$$

$$P = P_E(1 - \frac{d_0}{d}) \quad (16)$$

여기서,  $P_E = \frac{\pi^2 B_2}{L^2}$

(14), (15), (16)식을 적용하여 탄성역과 소성역에서 잔류응력 및 초기변형이 존재하는 기둥의 거동을 해석할 수 있게 된다. 압축 잔류응력이 존재하는 영역에서는 약간의 부가적인 압축응력으로도 항복에 도달하게 되며 응력-변형도 관계의 접선계수가 극히 작아지게 되어 단면의 강도가 저하된다. 해석 과정은 다음의 Fig. 5와 같다.

Fig. 6와 같은 응력-변형도 관계를 갖는 연강 재질의 단면에 대해서 하중과 처짐의 관계를 구해보면 Fig. 7와 같다. Fig. 7를 보면 단면에서 최초로 항복이 발생하면 바로 하중은 더 이상 증가하지 않고 최종 강도에 이르게 된다. Perry-Robertson은 이러한 기둥의 강도 특성을 활용하여 초기항복이 발생하는 시점을 기둥의 강도로 정의하는 방법을 제안하였다<sup>8)</sup>. 그런데, Perry-Robertson의 기둥강도 계산식은 초기변형의 효과는 포함되어 있으나 잔류응력의 효과는 포함되어 있지 않다. 잔류응력은 평형 상태를 만족하기 때문에 용접부에서는 압축응력과 인장응력이 동시에 작용

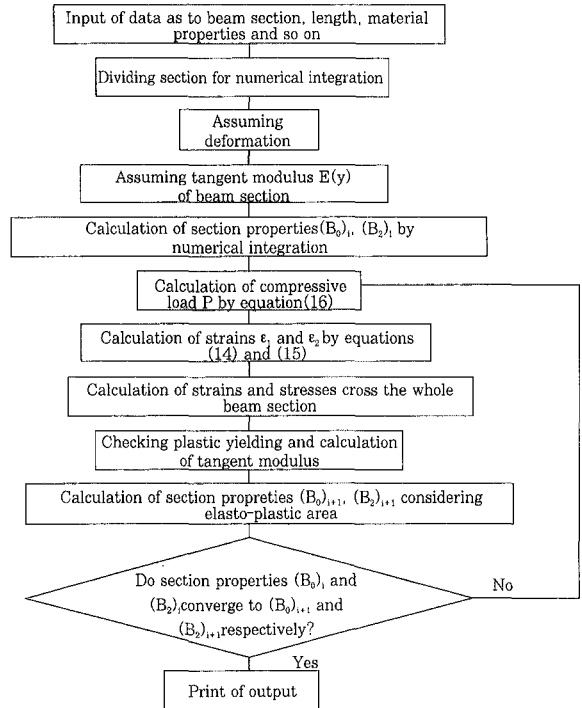


Fig. 5 Procedure for calculating compressive strength of welded column

하고 있다. 통상 용접에 의한 인장 응력은 용접선 근방에서 국부적으로 최대 항복응력에까지 도달하고 있는데, 압축하중을 받는 경우, 인장 잔류응력은 압축강도에 영향을 미치지 않게 된다. 인장 잔류응력은 무시하고 압축 잔류응력만을 고려하면 간략히 보의 압축강도 계산식을 구할 수 있게 된다.

(15)식을 탄성역에서만 고려하고, 유효 잔류응력 개념을 적용하여 보면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

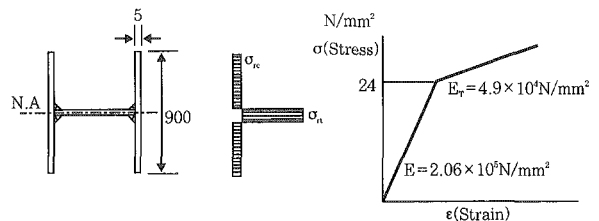


Fig. 6 Dimension of beam section and material property

$$\sigma_y = \frac{P}{A} + \frac{Pd_0c_2}{I(1-\frac{P}{A_E})} + \sigma_c \quad (17)$$

여기서,  $\sigma_y$  = 재료의 항복응력  
 $A$  = 기둥의 단면적  
 $I$  = 기둥의 Weak Axis를 중심으로한 단면 2차모멘트  
 $\sigma_c$  = 압축 잔류응력

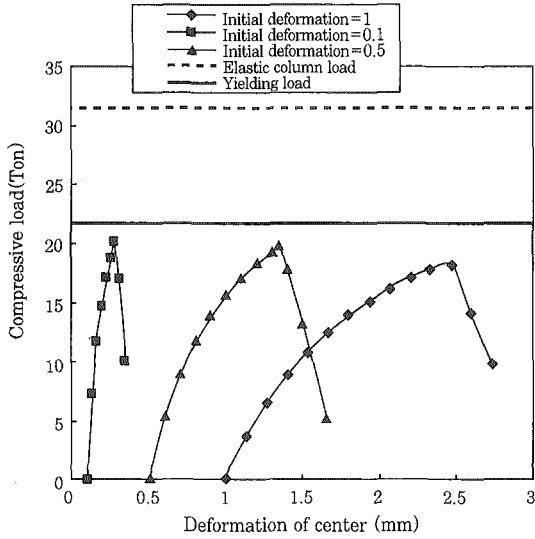


Fig. 7 Compressive strength of columns with initial deformation

(17)식을 변경하면 다음의 기둥 강도에 관한 식이 얻어진다.

$$R = \frac{1}{2} \left( 1 - \rho + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{\eta}{\lambda^2} \right) \sqrt{\frac{1}{4} \left( 1 - \rho + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{\eta}{\lambda^2} \right)^2 - \frac{1 - \rho}{\lambda^2}} \quad (18)$$

여기서,  $R = \frac{\sigma_u}{\sigma_y}$  = strength ratio

$$\sigma_u = \frac{P}{A}$$

$$r_s = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$\lambda = \frac{L}{\pi r_s} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} = \text{column slenderness parameter}$$

$$\eta = \frac{d_0 c_2}{r_s^2}$$

$$\rho = \frac{\sigma_r}{\sigma_y}$$

(18)식을 이용하여 기둥의 강도를 구해보면 Fig. 8 및 Fig. 9과 같다. Fig. 8은 초기변형이 기둥의 강도에 미치는 영향을 나타낸 것이고, 잔류응력의 영향은 Fig. 9에 나타나 있다. Fig. 9에서 AISC의 기둥 설계를 위한 규정식<sup>9)</sup>과 비교하여 보면, (18)식의 타당성을 확인할 수 있다. Fig. 9를 살펴보면 잔류응력과 초기 변형은 탄소성역에서 기둥의 압축강도 저하에 큰 역할을 하고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 잔류응력과 초기변형이 존재하는 판의 압축강도

판의 압축강도를 구하기 위해서는 판의 좌굴후의 거동을 기술할 수 있는 유한변형 이론을 사용하여야 한다. 응력-변형도 관계의 선형성을 가정한, 초기처짐이 존재하는 유한 변형이론의 적합조건식 및 평형조건식은 각각 (19)식 및 (20)식과 같이 표현된다<sup>7)</sup>.

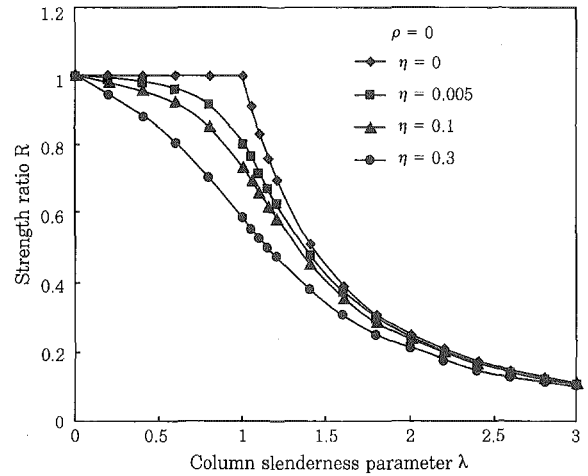


Fig. 8 Compressive strength of columns with initial deformation

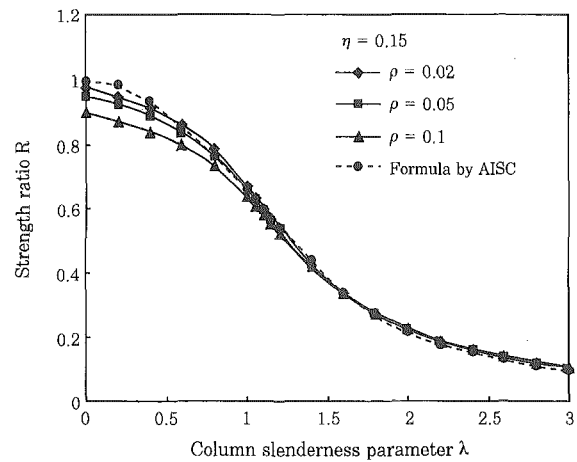


Fig. 9 Compressive strength of columns with initial deformation and residual stress

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \quad (19)$$

$$= EI \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right]$$

여기서,  $F = \text{Airy}$ 의 응력함수  
 $w = \text{판의 처짐}$   
 $w_0 = \text{판의 초기처짐}$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{t}{D} \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \quad (20)$$

여기서,  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \text{판의 굽힘강성}$

(19), (20)식은 비선형 미분방정식으로서 일반해를 구하는 것은 곤란하다. (19)식의 해를 구하기 위해서는 해의 형태를 가정하여 다시금 방정식에 대입하고 Weighted Residual Method 등과 같은 근사해법<sup>7)</sup>을 적용하여야 한다. Fig. 10과 같이 잔류응력이 존재하는 단순지지된 판의 초기 처짐을 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w = f \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (21)$$

$$w_0 = f_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (22)$$

(21)식 및 (22)식을 (19)식에 대입하여 응력함수를 구하면 다음과 같이 된다.

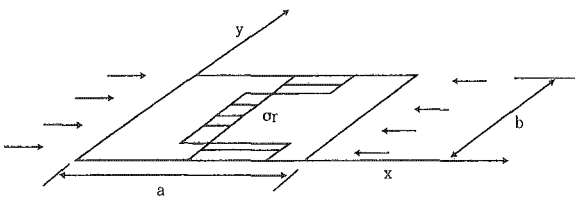


Fig. 10 Plate with initial imperfections

$$F = -\frac{\sigma}{2} y^2 + \frac{E}{32} (f^2 + 2ff_0) \left( \frac{a^2}{b^2} \cos \frac{2\pi x}{a} + \frac{b^2}{a^2} \cos \frac{2\pi x}{b} \right) + g(y) \quad (23)$$

여기서,  $\sigma = \text{평균 압축응력}$   
 $g(y) = \text{잔류응력 분포를 나타내는 함수,}$   
 $g''(y) = \sigma(y)$   
 $\sigma(y) = \text{잔류응력 분포 함수}$

(21), (22), (23)식을 (20)식에 기초한 Galerkin의 방법에 적용하여 보면 (24)식의 결과가 얻어진다.

$$\frac{1}{16} \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \left( \frac{t}{b} \right)^2 (W_1^2 - f) W_1 \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right] + \frac{1}{12(1-\nu^2)} \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \left( \frac{t}{b} \right)^2 (W_1 - f) \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2 \quad (24)$$

$$- \frac{1}{b} W_1 \int_0^b \frac{\sigma_y(y)}{\sigma_y} \cos \frac{2\pi y}{b} dy - W_1 \frac{\sigma}{\sigma_y} = 0$$

(24)식에서 적분항을 근사적으로 계산하면 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{1}{b} \int_0^b \sigma_y(y) \cos \frac{2\pi y}{b} dy = \sigma_c \frac{\sin \frac{2\pi b_w}{b}}{\frac{2\pi b_w}{b}} \approx \sigma_c \quad (25)$$

(25)식을 (24)식에 대입하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = \frac{1}{16} \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \left( \frac{t}{b} \right)^2 [W_1^2 - f] \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right] + \frac{1}{12(1-\nu^2)} \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \left( 1 - \frac{f}{W_1} \right) \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2 - \frac{\sigma_c}{\sigma_y} \quad (26)$$

여기서,  $W_1 = \frac{f + f_0}{t}$   
 $f_1 = \frac{f_0}{t}$

(26)식은 Fig. 2 및 Fig. 10과 같은 초기변형과 잔류응력이 존재하는 판의 좌굴후 대변형 거동을 나타내는 이론식이다. 판의 압축 좌굴강도는 (24)식에서 1차항만 취하면 얻어질 수 있다. 좌굴강도는 다음 식과 같이 얻어진다.

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_y} = \frac{1}{12(1-\nu^2)} \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2 - \frac{\sigma_c}{\sigma_y} \quad (27)$$

여기서,  $\sigma_b = \text{압축 좌굴응력}$

(26)식을 그림으로 표시하면 Fig. 11과 같다. Fig. 11을 보면 판의 경우에는 보의 경우와는 달리 좌굴이 발생하여도 강도가 존속하고 있음을 알 수 있다. 판은 좌굴이 발생하여도 하중의 재분배가 일어날 뿐이지 붕괴로 이어지지 않는다. 그러나 판의 강도는 초기처짐과 잔류응력에 의해 상당히 저하됨을 Fig. 11로부터 확인할 수 있다.

(26)식으로부터 좌굴후의 판내부의 응력 상황을 표시해 보면 다음의 Fig. 12와 같다. 판의 처짐이 지속적으로 증가하면, 판의 여러 영역에서 소성이 발생하

면서 최종적으로 붕괴에 도달하게 되는데, 붕괴 하중을 구하기 위해서는 정밀한 탄소성 해석이 필요하게 된다. 그러나, 간략한 방법으로 구조물의 압축강도를 구하고자 하는 것이 본 논문의 목적이므로, 정밀한 탄소성 해석은 피하고자 한다. 정밀 탄소성 해석을 피하면서, 간략한 방법으로 압축강도를 구하기 위해서는 적절한 붕괴 조건을 찾는 것이 중요하다. 소성붕괴선을 가정한 소성해석과 탄성해석을 조합하여 붕괴강도를 구하는 연구가 있었으나<sup>10)</sup> 본 논문에서는 보다 더 간편히 압축 최종강도를 구하기 위해, 판의 경우에 처짐이 증가함에 따라 하중방향과 수직인 방향의 응력이 급격히 증가함을 착안하여 하중 방향과 수직인 방향의 응력이 일정한 응력에 도달하면 판의 최종 붕괴에 도달한다는 조건을 적용한다. 하중 방향과 수직인 방향의 응력은 다음 식과 같이 구해진다.

$$\sigma_{y_{max}} = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{max} = \frac{1}{8} \left[ \left(\frac{W}{t}\right)^2 - \left(\frac{f_0}{t}\right)^2 \right] \frac{\pi}{\beta^2} \sigma_y \quad (28)$$

여기서,  $\beta = \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{b}{t}}$

근사적으로 붕괴조건식을

$$\sigma_{y_{max}} = 0.4 \sigma_y \quad (29)$$

로 놓으면, 붕괴가 발생하여 최종강도에 도달할 시의 판의 처짐이 다음 식과 같이 구해지게 된다.

$$W_{ic} = \sqrt{\frac{3.2\beta^2}{\pi^2} + f_1^2} \quad (30)$$

여기서,  $W_{ic}$  = 붕괴 시의 처짐과 판두께의 비

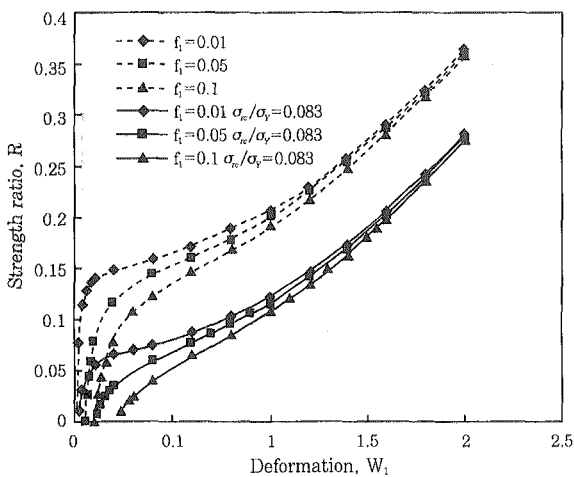


Fig. 11 Variation of compressive strength of welded plate

(30)식을 (26)식에 대입하면 판의 압축 최종강도가 구해지게 된다. 종횡비가 1인 경우에 잔류응력과 초기변형을 고려하여 최종강도를 구해보면 Fig. 13과 같다. Fig. 13에서 비교대상으로 삼은 US Navy<sup>11)</sup>와 AISC의 규정식<sup>8)</sup>들은 실험결과로부터 얻어진, 안전을 고려한 설계기준이라 할 수 있는데, 본 연구에서 제시한 계산식에서 잔류응력과 초기변형을 고려한 결과와 양호한 일치를 보이고 있다.

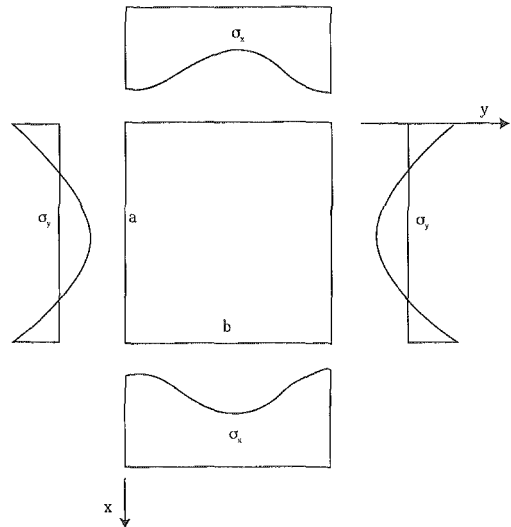


Fig. 12 Stress distribution after buckling

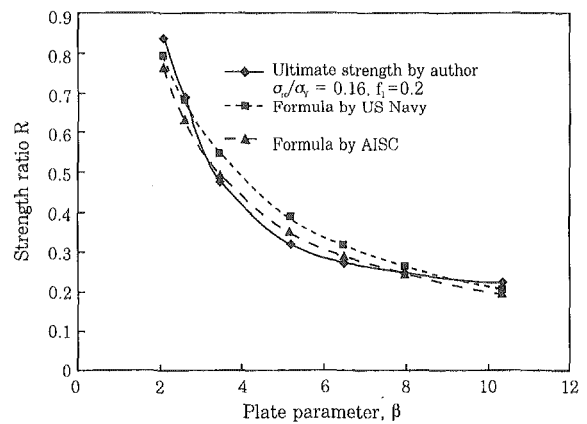


Fig. 13 Ultimate strength of welded plate

#### 4. 잔류응력과 초기변형이 존재하는 실린더형 각(cylindrical shell)의 압축강도

각의 압축강도를 구하기 위해서는 판의 경우와 마찬가지로 유한변형 이론을 사용하여야 한다. 실린더형의 각에 압축하중이 작용할 시의 유한 변형이론의 적합조건식 및 평형조건식은 각각 (31)식 및 (32)식과 같이 표현된다<sup>7)</sup>.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \frac{1}{R_c} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (31)$$

여기서,  $R_c$  = 실린더형 각의 곡률 반경

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{t}{D} \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right. \\ \left. - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \left( \frac{1}{R_c} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \quad (31)$$

판의 경우와 마찬가지로 각의 초기 처짐을 다음과 같이 가정한다.

$$w = f \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (33)$$

$$w_0 = f_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (34)$$

(33)식 및 (34)식을 (31)식에 대입하여 응력함수를 구하면 다음과 같이 된다.

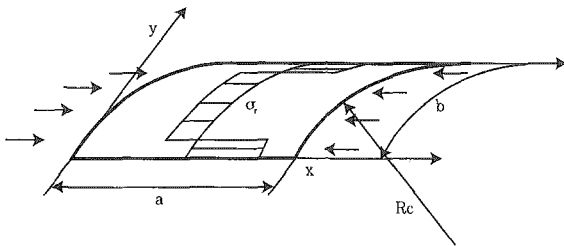


Fig. 14 Cylindrical shell with initial imperfections

$$F = -\frac{\sigma}{2} y^2 + \frac{E}{32} (f^2 + 2ff_0) \left( \frac{a^2}{b^2} \cos \frac{2\pi x}{a} + \frac{a^2}{b^2} \cos \frac{2\pi y}{b} \right) \\ + \frac{a^2 f E}{\pi^2 R_c (1 + \frac{a^2}{b^2})} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + g(y) \quad (35)$$

(33), (34), (35)식을 (32)식에 기초한 Galerkin의 방법에 적용하여 보면 다음의 결과가 얻어진다.

$$\frac{\pi^2}{16\beta^2} [W_1^2 - f_1] \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right] + \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)\beta^2} (1 - \frac{f_1}{W_1}) \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2 \\ - \frac{32}{3\beta^2} \frac{b^2}{\pi^2 R_c t} (W_1 - f_1) \frac{1}{\left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2} - \frac{2}{3\beta^2} \frac{b^2}{\pi^2 R_c t} \frac{a^2}{b^2} \left[ W_1 - \frac{f_1}{W_1} \right] \\ + \frac{1}{\pi^2} \left( \frac{b^2}{R_c t} \right) 2 \left( 1 - \frac{f_1}{W_1} \right) \frac{1}{\left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2} - \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} \quad (36)$$

(36)식은 잔류응력 및 초기변형이 있는 실린더형 각의 좌굴후 대변형 거동을 나타내는 이론식으로서, 그림으로 표시하면 Fig. 15와 같다. Fig. 15에서 실린더형의 각(shell)은 좌굴 발생 이전에 강도의 최고치에 도달하였다가 좌굴 발생 이후에 강도가 급격히 저하됨을 알 수 있다. Fig. 15는 각에 존재하는 잔류응력과 초기처짐을 고려한 경우의 압축강도는 이상적인 상태의 압축강도에 비해 절반 이하가 될 수 있음을 시사하고 있다.

실린더형 각의 압축 최종강도도 판의 경우와 마찬가지로 간략한 방법으로 구할 수 있다. 각의 경우에는 곡률의 효과로 인해 하중 방향에 수직인 응력이 판의 경우보다는 상당히 커져야 붕괴에 도달하게 된다. 각의 경우 붕괴조건식으로 다음의 식을 선택한다.

$$\sigma_{y_{max}} = \sigma_y \quad (37)$$

로 놓으면, 붕괴가 발생하여 최종강도에 도달할 시의 판의 처짐이 다음 식과 같이 구해지게 된다.

$$W_{lc} = \sqrt{\frac{8\beta^2}{\pi^2} + f_1^2} \quad (38)$$

여기서,  $W_{lc}$  = 붕괴가 발생할 시의 각의 최대 처짐과 두께와의 비

(38)식을 (36)식에 대입하면 판의 압축 최종강도가 구해지게 된다. (36)식과 (38)식을 이용하여 실린더형 각의 최종강도를 구해보면 Fig. 16와 같다. Fig. 16의 실험 결과는 원통 실린더의 최종강도 예측 실험 결과<sup>12)</sup>이나, 종횡비가 같고  $b/R < 0.5$ 인 경우에는 실린더형 각과 거의 동일한 거동을 보이므로<sup>12)</sup> 비교 대상으로 삼았다. 각의 경우에 최종강도는 초기결함에 민감한 영향을 받고 있으므로, 초기결함을 무시한 강도 계산은 무의미하게 된다. 실험 결과는 초기결함이 반영된 결과로서 본 연구에서 제시하는 과정에 따라 초기결함을 고려하여 최종강도를 계산한 결과와 양호한 일치를 보이고 있다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 용접 구조물의 기본 요소라 할 수 있는 보, 판 및 각(shell)에 대해 잔류응력 및 초기변형을 실험식을 활용하여 추정하고, 이들 잔류응력과 초기변형이 압축 강도에 미치는 영향에 관해 고찰하였다.



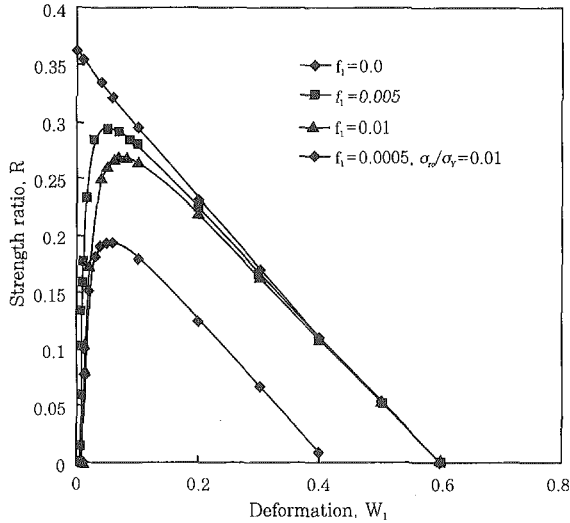


Fig. 15 Variation of compressive strength of welded cylindrical shell

보의 경우에는 초기변형에 의해 압축하중 작용 시 초기부터 굽힘모멘트가 작용하며, 좌굴에 의해 굽힘 모멘트가 증폭되는 현상을 보이고 있다. 압축하중이 작용할 시의 붕괴 거동을 간단하게 해석할 수 있는 이론적 방법을 제시하였고, 제시된 방법에 따른 해석 결과, 보의 일부분이 항복에 도달하면, 바로 붕괴에 이어짐을 확인할 수 있었다. 여기에 기초하여 보의 압축 최종강도를 계산할 수 간이식을 제시하였다.

또한, 잔류응력과 초기변형이 존재하는 판의 탄성대 변형 해석을 수행하고, 붕괴조건식을 가정하여 최종강도를 계산하는 방법을 제시하였고 실험 결과와의 비교를 통해 타당성을 입증하였다.

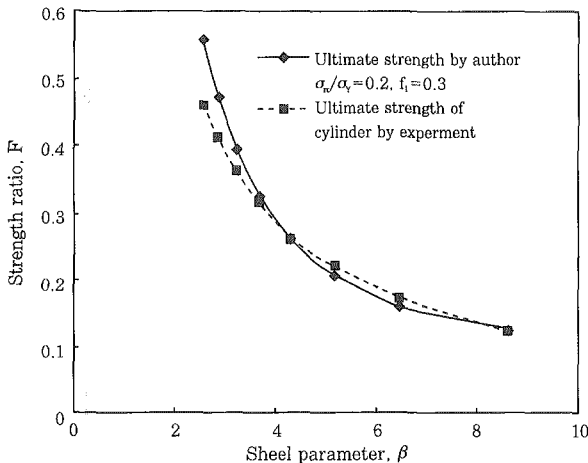


Fig. 16 Ultimate strength of cylindrical shell

실린더 형에 각에 대해서도 판의 경우와 같이 탄성대 변형 해석을 수행하고, 붕괴 조건식을 가정한 최종강도 계산 방법을 제시하여 타당성을 입증하였다. 각의 경우는 특히 압축강도가 초기변형에 민감하게 영향을 받음을 확인할 수 있었다.

### 참고 문헌

1. K. Masubuchi : Analysis of welded structures, Pergamon Press Publication (1980).
2. S.I. Seo and C.D. Jang : A study on the prediction of deformations of welded ship structures, Journal of Ship Production, Vol. 15, No. 2 (1999).
3. Y. Ueda, K. Nakacho and S. Moriyama : Compressive ultimate strength of rectangular plate with initial imperfections due to welding(4th report), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 149 (1986).
4. K. Satoh and T. Terasaki : Effect of welding conditions on welding deformations in welded structural materials, Journal of the Japanese Welding Society, Vol. 45, No. 1, (1976).
5. Y. Fujita, T. Nomoto and O. Niho : Ultimate strength of stiffened plates subjected to compression(2nd report), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 144 (1977).
6. I. Tsuji and K. Yamaguchi : Distortion and shrinkage stresses in edge welding of beams, Journal of the Western Society of Naval Architects of Japan, Vol. 42 (1967).
7. A. Chajes : Principles of structural stability theory, Prentice-Hall, Inc. (1974).
8. O.F. Hughes : Ship structural design, A Wiley-Interscience Publication (1983).
9. American Institute of Steel Construction : Load & Resistance Factor Design, Manual of Steel Construction (1986).
10. C.D. Jang and S.I. Seo : A simplified approach to the analysis of the ultimate compressive strength of welded stiffened plates, Journal of Hydrospace Technology, Vol. 1, No. 2 (1995).
11. Naval Sea Systems Command : Structural design manual for naval surface ships, NAVSEA 0900-LP-097-4010 (1976).
12. S.P. Timoshenko and J.M. Gere : Theory of elastic stability, McGraw-Hill (1961).