

공차누적해석을 이용한 플라즈마 절단토치의 설계에 관한 연구

방용우* · 최덕준** · 장희석*** · 양진승***

* 명지대학교 기계공학과 대학원

** 경기공업대학 치공구과

***명지대학교 기계공학과

Design of Plasma Cutting Torch by Tolerance Propagation Analysis

Yong Woo Bang* · Duk Jun Choi** · Hee Seok Chang*** and Jin Seung Yang***

* Graduate School of Mechanical Engineering, Myongji University, Yong-in 449-728, Korea

** Dept. of Jigs and Fixtures, Kyonggi Industrial College, Si-heung 429-792, Korea

***Dept. of Mechanical Engineering, Myongji University, Yong-in 449-728, Korea

Abstract

Due to the inherent dimensional uncertainty, the tolerances accumulate in the assembly of plasma cutting torch. Tolerance accumulation has serious effect on the performance of the plasma torch. This study proposes a statistical tolerance propagation model, which is based on matrix transform. This model can predict the final tolerance distributions of the completed plasma torch assembly with the prescribed statistical tolerance distribution of each part to be assembled.

Verification of the proposed model was performed by making use of Monte Carlo simulation. Monte Carlo simulation generates a large number of discrete plasma torch assembly instances and randomly selects a point within the tolerance region with the prescribed statistical distribution. Monte Carlo simulation results show good agreement with that of the proposed model

This results are promising in that we can predict the final tolerance distributions in advance before assembly process of plasma torch thus provide great benefit at the assembly design stage of plasma torch.

(Received May 8, 2000)

Key Words : Plasma torch, Monte carlo simulation, Tolerance propagation analysis, Matrix transformation

1. 서 론

국내 정밀기계산업의 심각한 문제점은 보통 TT로 통칭되는 공차기술(Tolerance Technology)이 아직 보편화되지 못한 것이다. 공차설계나 관리기술은 고도의 정밀도와 부품의 호환성이 요구되는 조립기계 분야에서 정밀가공기술 자체보다 선결되어야 과제이다. 도면상의 치수공차만으로는 불충분하며 공차설계전문 엔지니어에게 있어서 국제적으로 통용이 되고 있는 기하학적 치수공차방식(Geometric Dimensioning

and Tolerance)을 적극 도입해야 한다^{1,2)}. 플라즈마 토치와 같은 정밀조립체의 경우에 치수공차 및 위치공차, 편심, 각도공차 등 여러 요인에 의해 기하공차가 누적되어 3차원 공간에서 각 부품의 상대위치가 설계상 요구되는 위치에서 벗어나는 경우가 많다. 이러한 경우에는 토치의 노즐로부터 분사되는 플라즈마 선회 화염이 노즐을 중심으로 축대칭을 이루지 못하여 절단 성능이 떨어지고 토치의 수명도 짧아진다. 이와 같은 정밀가공 된 부품의 조립체에서 공차누적문제를 해결하기 위하여 설계자가 공차누적에 관한 분석을 체계적으로 할 수 있는 방법이 제시되어야 하며, 또한 최종

조립체에서 누적된 공차분포를 확률적으로 예측할 수 있어야 한다.

따라서 본 연구에서는 조립될 각 부품의 공차가 주어질 경우 최종 조립된 플라즈마 토치에서 각 부품간 상대위치에 관한 공차분포를 예측할 수 있는 행렬식을 이용한 모델을 유도하였다. 각 부품의 설계상 요구된 위치와 방향을 보장하고 조립기준점에 대한 위치와 방향에 관련된 공차의 통계적인 분포를 규명하기 위해, 그림 1에서 보는 바와 같이 3개의 위치좌표 X, Y, Z 와 3개의 회전좌표 θ_x , θ_y , θ_z 를 가지는 6개의 자유도 (degree of freedom)를 설정하였다. 이 6개의 자유도에 관련된 위치나 각도의 공차는 공차가 0인 공차기준점 (nominal position)으로부터 정규 분포한다고

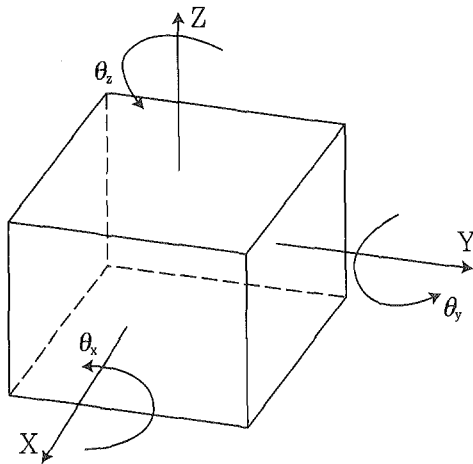


Fig. 1 Six degrees of freedom associated with a three dimensional body

가정하고, 조립체 사이의 틈새 (clearance)는 균일 분포로 가정한다. 이와 같이 가정한 공차분포가 조립이 진행됨에 따라 누적되어 최종 공차분포가 얻어진다. 행렬식으로 표현되는 좌표변환은 조립과정을 의미하며 이에 따라 계산되는 공차누적에 대한 개념을 도식적으로 표현한 것이 그림 2이다. 이를 기초로 하여 2개 이상의 부품조립에 대해 공차누적을 예상할 수 있는 수학적 모델을 유도하였고 그 결과를 Monte Carlo 시뮬레이션으로 검증하였다. 또한 플라즈마 토치의 공차설계에서 본 공차누적 모델을 적용하여 플라즈마 토치의 각 부품 설계시 설계공차가 최종 조립과정에 미치는 영향을 분석하였다..

2. 본 론

2.1 공차누적해석을 위한 수학적 모델

여기서는 3차원에서의 공차누적을 해석하기 위하여 좌표변환으로 처리되는 변수로 표현된 공차의 행렬 변환식을 유도한다. 공차의 분포는 3변수로 된 정규확률 분포로 가정하였다⁵⁾. 그림 2에 도시된 바와 같이 좌표 변환의 최종단계에서 구해진 한 점의 공차분포를 기하학적으로 해석하면 그 점의 공차기준점 (nominal position)에서 가장 높은 확률밀도를 가진 타원체가 된다. 각도오차가 좌표변환시 누적되므로 타원체의 축들은 원래의 좌표축의 방향과 평행하지 않을 수 있다. 공간에서의 타원체를 표현하는데 필요한 모든 정보들

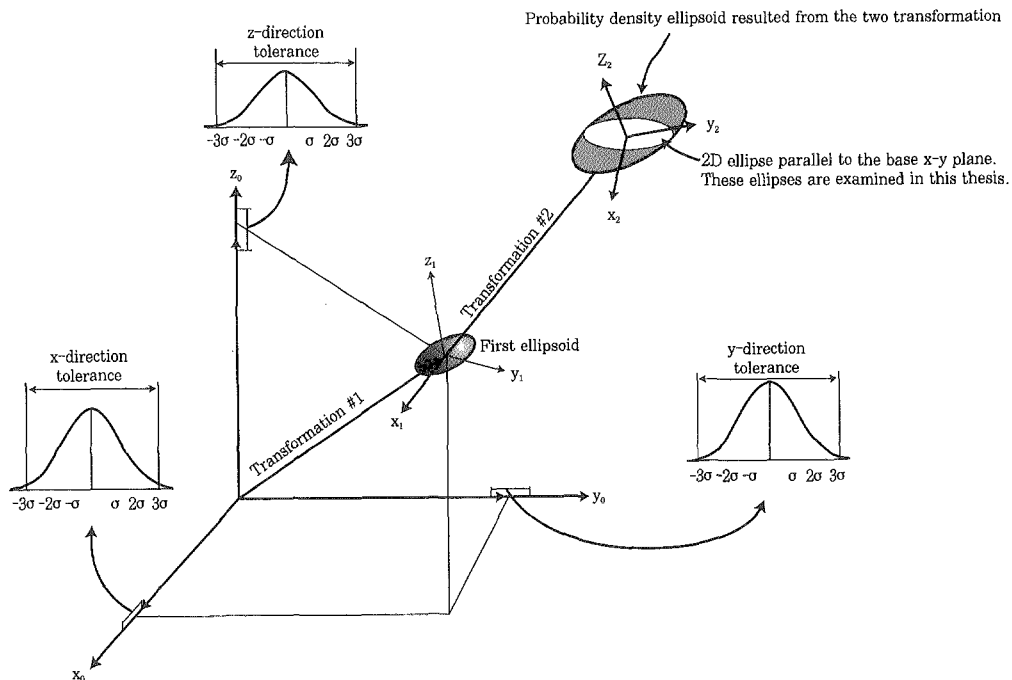


Fig. 2 Schematic diagram of tolerance propagation

은 3개 변수의 확률밀도함수의 3×3 covariance행렬에 포함되어 있다. 그러므로 함수의 covariance행렬이 결정되면 그 행렬의 고유치(eigenvalue)가 계산되며 여기서 얻어진 3개의 고유치의 제곱근은 타원체의 주방향(principal direction)으로 벗어난 표준편차이다. 또한 확률밀도타원체의 방향은 covariance행렬의 고유벡터(eigenvector)에 의해 결정되며 그 고유벡터들은 타원체의 주축과 일렬이 된다.

3차원에서의 공차누적문제는 너무 복잡하므로 단순화시키기 위하여 다음과 같이 가정한다.

- ① 3차원 공간에서 공차누적은 Cartesian좌표의 변환시 생기는 error의 누적과 같다고 간주하며 Cartesian좌표는 한 부품의 특정한 점을 기준으로 한 직교좌표이다. 좌표의 변환과 이에 따른 미소 error는 공간상에서 6개의 자유도계를 가진다. 그림 1에서 보는 것처럼 X, Y, Z는 선형(병진)변환을 의미하고 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 각각의 축에 대한 회전각을 의미한다.
- ② 좌표변환 순서에 일관성을 유지해야 하므로 본 연구에서는 다음과 같은 순서로 가정한다.

$$T = T_{Transl} T_{RotX} T_{RotY} T_{RotZ}$$

여기서 T는 직교좌표 공간에서 한 점을 다른 점으로 변환시키는 변환행렬의 일반형이다.

각 변환행렬은 다음과 같다.

$$T_{Transl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 대문자 X, Y, Z는 병진변환 벡터를 의미한다.

$$T_{RotX} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(x) & -\sin(x) & 0 \\ 0 & \sin(x) & \cos(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

첨자 RotX는 회전이 X축 주위로 이루어진다는 것을 의미하며 괄호 안의 소문자 x는 X축 주위로 회전한 각을 의미한다. 마찬가지로 Y축, Z축 주위의 회전변환을 표시하면,

$$T_{RotY} = \begin{bmatrix} \cos(y) & 0 & \sin(y) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(y) & 0 & \cos(y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_{RotZ} = \begin{bmatrix} \cos(z) & -\sin(z) & 0 & 0 \\ \sin(z) & \cos(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ③ error는 3차원 정규분포를 한다고 가정한다.
- ④ 길이 또는 각의 설계공차범위는 6σ ($\sigma =$ 표준편차)와 같다. 그러므로 공차영역 Δa ($\Delta a = 3\sigma$)를 가진 치수 a가 $(a - \Delta a, a + \Delta a)$ 의 범위 이내에 있을 확률은 1차원 공간에서 대략 99.7%의 확률을 가진다.
- ⑤ 확률분포는 좌표변환에 대하여 독립적이다. 즉, 한 좌표계에서 좌표변환이 다음 좌표계에서의 변환에 어떠한 영향도 끼치지 않는다.

3변수에 대한 N번째 좌표변환을 통하여 정규확률밀도함수를 구하면 최종적으로 위치, 방향 및 확률밀도 타원체의 축 길이가 구해진다. 확률밀도함수는 3×1 형태의 미소벡터 dp로 나타낸다. 즉, 아래의 함수 f는 3차원 공간에서 최종 변환된 마지막 N번째 좌표계에서 확률분포를 의미한다.

$$f(dp) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} |V_p|^{-\frac{1}{2}} \exp(-0.5[(dp)^T V_p^{-1}(dp)])$$

여기서, V_p 는 dp벡터의 3×3 covariance행렬이고 T는 전치벡터이다. V_p 행렬의 고유벡터의 방향은 확률밀도 타원체의 주방향을 결정하고 고유치는 타원체의 주축길이와 관련이 있다⁷⁾.

2.2 확률밀도타원체 (Probability density ellipsoid)

V_p covariance행렬이 계산되면 V_p 행렬로 나타내지는 공간에서의 확률밀도타원체를 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^T V_p^{-1} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = l^2 \quad (l: 상수)$$

타원체가 공간에서 임의의 방향으로 향할 수 있으므로 타원체의 축을 좌표축으로 이용하기 위해서는 좌표변환이 필요하다. 즉, 행렬 V_p 를 대각선화 할 필요가 있다. 행렬의 고유치를 구하여 V_p 를 대각행렬로 만들 수 있으며, 여기에 내포된 의미는 X, Y, Z 즉 각 방향으로의 선형변환이 확률적으로 서로 독립적이라는 것이다. 특성방정식은 다음과 같다.

$$|V_p - \lambda I| = 0$$

λ 는 V_p 의 고유치, I는 3×3항등행렬이다. 여기서 얻어지는 3개의 고유치는 타원체의 주축의 분산과 같다.

$$\lambda_1 = \sigma_1^2, \lambda_2 = \sigma_2^2, \lambda_3 = \sigma_3^2$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 는 주축의 표준변차이다.

타원체의 주축의 방향을 기본좌표계로 변환시키면 확률밀도 타원체의 식은

$$\frac{y_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{y_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{y_3^2}{\sigma_3^2} = F$$

또 다음과 같은 좌표변환을 거쳐

$$z_i = \frac{y_i}{\sigma_i} \quad (i=1, 2, 3)$$

타원체의 방정식을 변형하면 반지름 $r=l$ 인 구(hypersphere)의 방정식으로 된다.

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = r^2$$

이러한 구(hypersphere)안에 z 가 존재할 확률은 다음으로 표시된다.

$$\iiint \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(z_1^2+z_2^2+z_3^2)\right) dz_1 dz_2 dz_3$$

그러므로 다음식으로 표현되는 타원체 안에 임의 점 (X, Y, Z) 이 존재할 확률은

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^T V_p^{-1} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = F$$

반지름 $r=l$ 인 좌표 변환된 구 안에 임의 점 (z_1, z_2, z_3) 이 존재할 확률과 같다.

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \left(\int_0^l \exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right) f(r) dr \right)$$

이 식을 풀면,

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^l \exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right) r^2 dr = \text{erf}\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} l \exp\left(-\frac{1}{2}l^2\right)$$

erf 는 error함수를 의미하고 다음 식으로 정의된다.

$$\frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt$$

어떤 경우에는 3차원의 타원체가 2차원의 타원으로 차수가 낮춰질 수 있다. 예를 들면 z 가 조립축이 되고 공차는 X와 Y의 선형방향으로만 발생하고 각도공차는

Table 1 Probability value of dimension in coordinate systems

Dimension	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$
$n = 1$	0.683	0.955	0.997
$n = 2$	0.394	0.865	0.989
$n = 3$	0.2	0.739	0.971

0인 경우이다. $l = 1, 2, 3$ 이고 $n = 1, 2, 3$ 차원일 때 확률값을 나타내면 Table 1과 같다⁶⁾.

2.3 몬테칼로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)

Monte Carlo 시뮬레이션은 원래 변수가 주어진 범위 이내에서 존재할 확률이 균일하다는 가정으로 출발한 계산법으로 수학적 이론이 뒷받침되지 않는 못하지만 해석적 모델을 구하기 어려운 공학적 문제를 반복계산을 통하여 해결할 때 자주 쓰이는 기법이다³⁾.

조립과정에서 누적된 공차의 최종영역을 구할 때도 역시 이 기법을 이용할 수 있다. 즉 각 부품의 치수 및 공차를 입력한 후 무작위 조립예를 1000가지 설정한다. 무작위 조립에서 주어진 각각의 공차값에 -1에서 1까지의 무작위수(random number)가 곱해져서 실제 공차가 계산된다. 이러한 무작위 조립예에서 공차누적을 모든 좌표계 방향에 따라 계산하면 조립작업에서 공차기준점(공차가 0인 위치)으로부터 벗어난 각 방향 최종누적오차가 구해진다. 무작위로 추출한 공차값에 의해 계산된 결과이므로 무작위 추출횟수를 충분히 크게 하기 위해 1000번 계산한다. 그 결과를 같은 좌표축에 도시하여 본 연구에서 개발한 수학적 모델에 의한 공차영역과 비교하였다. 본 연구에서 Monte Carlo 시뮬레이션을 도입한 근본적 이유는 해석적 방법에 의한 공차누적 모델의 결과를 검증하고 이를 이용하여 플라즈마 토치 조립에 적용하기 위함이다.

3. 실례연구 및 결과

3.1 3단 조립부품의 공차누적해석

공차누적을 개념적으로 설명하기 위해서 앞에서 개발된 수학적 모델로 3단 부품을 조립하는 경우에 적용하였다. 그림 3 과 같이 3개의 단순부품을 중으로 조립하는 모델을 설정하여 각 부품의 공차가 조립이 진행됨에 따라 어떻게 누적되며 최종 공차는 각 부품에 준 공차에 따라 어떻게 변하는지 계산하였다.

그림 3의 F_3 점 (80,150)은 F_0 점 (0,0)에서 3번 좌표변환해서 얻어진 점이고 모두 X, Y방향으로만 공차가 있는 것으로 가정하여 XY평면을 고려하였다. X, Y축 각각의 공차는 정규분포를 이룬다고 가정하고 3가지 경우 즉, 0.05, 0.1, 0.15로 변화시켰을 때 F_3 점에서의 최종 공차누적을 계산하였다. 첫 번째 변환은 X, Y방향으로 각각 30과 60씩 이동하고 공차는 그림 3(a)에서는 각각 0.05, 그림 3(b)에서는 0.1, 그림 3(c)에서는 각각 0.15를 주었다. 두 번째 변환은 중간 부재와 상층 부재가 만나는 지점으로 X, Y방향으로 10과 50만큼 이동하였고 마찬가지로 공차는 0.05,

0.01, 0.15이다. 마지막 변환점은 X, Y방향으로 각각 40,40만큼 이동된 점이며 공차는 0.05, 0.1, 0.15를 주었다. 각 부품의 치수 및 공차 데이터를 수학적 모델인 프로그램에 입력하여 최종적으로 누적된 공차의 범위를 구한다.

여기서 구해지는 타원에서 주축의 장경과 단경의 길이는 각각 X, Y방향으로 계산된 누적된 공차로 얻어진 최종공차의 범위를 의미한다. 즉 치수 L에 대한 공차를 ΔL 로 줄 경우 본 수학적 모델에서는 $\Delta L=3\sigma$ (σ :표준편차)로 설정하여 확률밀도함수가 error함수를 통해 계산된다. 좌표변환을 통하여 X, Y축 방향으로 타원의 주축길이 σ_x, σ_y 가 계산되면 Table 1에 나와 있는 2차원 확률밀도함수의 적분값에 따라 σ_x, σ_y 로 그려진 타원내부에 최종공차가 분포할 확률은 39.4%이고 $2\sigma_x, 2\sigma_y$ 를 각각 축으로 그려진 타원내부에 최종공차가 분포할 확률은 84.3%이며, 마찬가지로 $3\sigma_x, 3\sigma_y$ 로 그려진 타원의 경우는 확률이 99.3%이다.

3단 부품조립의 경우 Z축 방향의 공차가 없는 것으로 가정하였기 때문에 타원의 주축 방향으로 표준편차 (σ_x, σ_y)는 (a)의 경우가 (0.0289, 0.0289)이고 (b)의 경우는 (0.0577, 0.0577), (c)의 경우는 (0.0866, 0.0866)이다. 따라서 $3\sigma_x (=3\sigma_y)$ 는 그림 4의 (a), (b), (c)에서 각각 0.0866, 0.1731, 0.2598로 된다. 여기서 X, Y 방향의 공차는 동일하므로 확률밀도타원의 장축과 단축이 일치하여 결국 타원이 원으로 그려진다.

좌표변환시 정규분포를 이루는 공차가 누적되므로 최종점 F_3 점 (80, 150)가 공차기준위치가 되며 그림 4에서 원점(0,0)으로 표시되고, 누적된 공차의 범위를 의미하는 원은 이 원점을 중심으로 도시되어 있다. 그림 4에서 (a), (b), (c)의 경우를 비교해 보자. 그림 4에서 (a)→(b)→(c)로 갈수록 공차는 0.05→0.1→0.15로 증가시켰으므로 최종누적공차의 범위를 의미하는 원의 영역이 (a)→(b)→(c)로 넓어짐을 알 수 있다. 즉, 각 부품의 공차를 증가시키면 최종조립단계에서 공차기준위치(nominal position)를 벗어나는 정도가 심해짐을 알 수 있다.

한편, 그림 4에는 본 연구에서 본 연구에서 개발한 수학적 모델의 타당성을 검증하고자 조립의 실제 예를 주어진 공차범위 내에서 임의로 선택하여 최종누적공차를 반복적으로 계산하는 방법으로 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행한 결과치가 점으로 찍혀 있다. 각 경우 1000회씩 시뮬레이션을 수행하여 점을 찍은 영역이 본 연구의 수학적 모델로 계산된 원의 영역에 대부분 포함됨을 알 수 있다. 가장 바깥쪽 원의 영역이 99.3%의 확률을 의미한다.

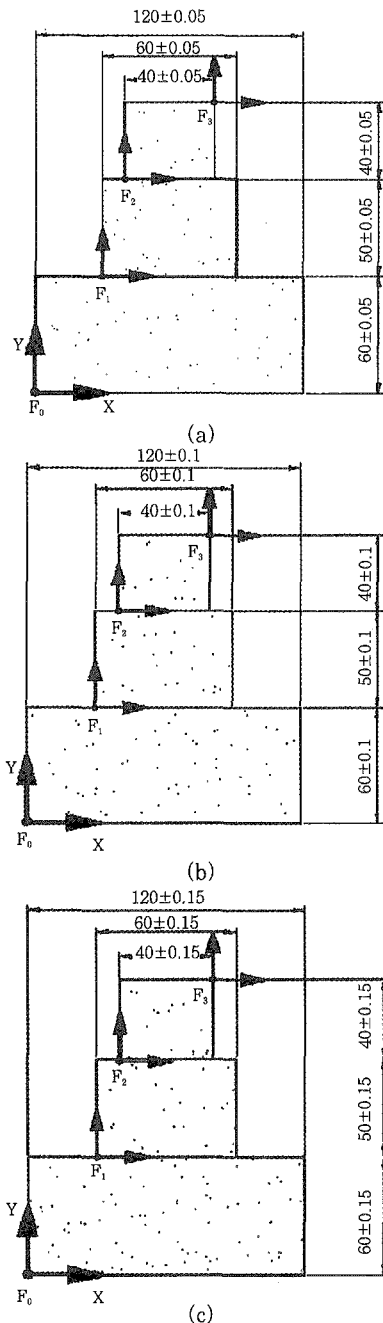


Fig.3 The dimension and tolerance of three parts

3.2 플라즈마 토치 조립의 공차 누적 해석

공차누적을 해석하기 위한 실제 정밀기계부품으로 선택한 플라즈마 토치의 도면이 그림 5에 도시되어 있다. 플라즈마 절단에 쓰이는 토치는 그림 5(a) 조립도에 도시된 바와 같이 부품 7, 8사이의 축심 간극사이

에서 고전압에 의한 방전을 일으키고 공기가 화살표 방향으로 각 부품 사이를 복잡하게 유동하며 부품을 냉각시킨다. 최종적으로 부품 8의 우측 구멍으로 분사되는 공기는 와류유동을 형성하며 아크를 유도하여 토치가 진행되는 전방의 강판을 절단하게 된다.

플라즈마 토치는 각 부품의 치수를 정확히 규제하지

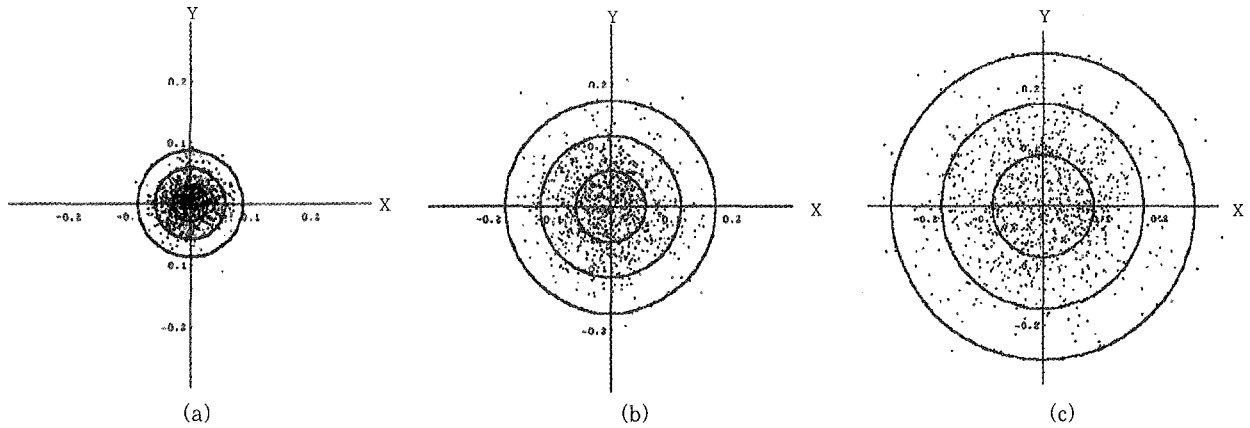


Fig. 4 Tolerance propagation of three-parts-assembly

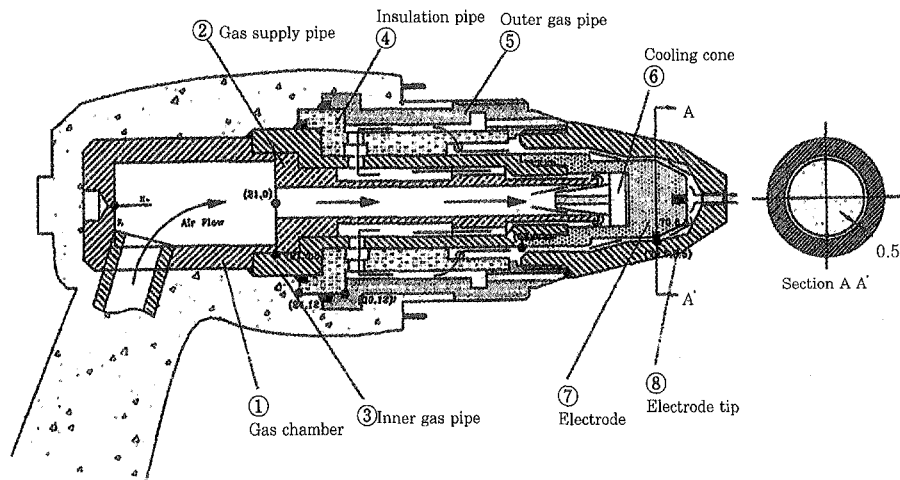


Fig.5(a) Plasma torch assembly

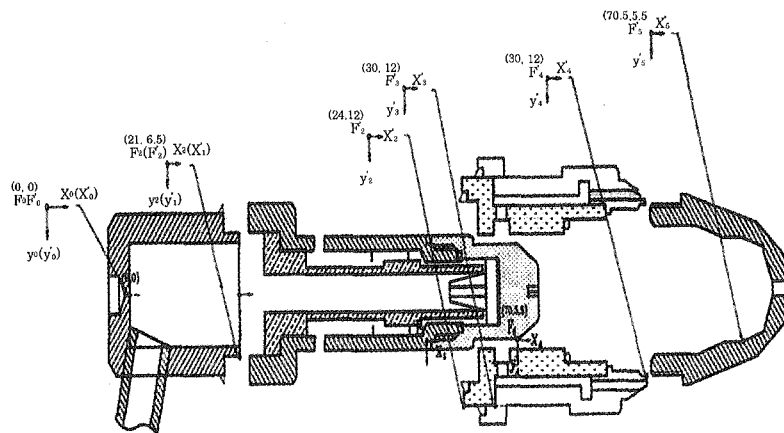


Fig.5 (b) The coordinate system for tolerance propagation analysis of plasma torch

못하면 조립이 불가능할 뿐만 아니라 조립이 된 상태라도 각각의 간극이 축대칭을 이루지 못하면 플라즈마 토치의 전극과 전극 팁 사이의 공간에서 작동가스의 와류가 제대로 형성되지 못하여 부분적으로 과열이 되어 토치의 수명이 단축되며, 또한 내부 금속부분이 조립된 후 외부에 전기적 절연체를 입히기 위한 사출 공정을 거쳐야 하므로 복합금형문제와 연관된 생산기술 차원에서 상당히 까다로운 제품으로 공차설계의 중요성에 잘 부각되는 좋은 예이다.

여기서는 주어진 치수공차로 인한 최종 공차누적을 계산해서 공차를 적절하게 설계했는지를 판별한다. 즉, 그림 5(a)의 7번 부품의 F_4 점과 8번 부품의 F'_5 점의 간극이 서로 간섭 없이 허용공차범위에 들어오는지 확인하게 된다. 모델을 단순화시키기 위해 Z축 방향의 공차는 없는 것으로 가정하였다. 플라즈마 토치의 7번 부품의 F_4 점(7.05, 5)는 F_0 점(0,0)에서 4번 좌표 변환해서 얻어진 점이고 8번 부품의 F'_5 점(70.5, 5.5)는 F'_0 점(F_0 점과 동일)에서 5번의 좌표 변환된 것이다. 모두 X, Y방향으로만 공차가 있으므로 XY평면을 고려하였다.

우선 7번 부품의 좌표 변환에 따른 공차누적을 고려한다. F_0 에서 F_1 으로의 첫 번째 변환을 고려해 보면 X, Y방향으로 각각 21과 0씩 이동하고 X, Y방향으로의 공차는 정규분포를 이룬다고 가정하며 각각 0.02와 0.02이다. 두 번째 변환은 2번 부품과 3번 부품이 만나는 지점으로 X, Y방향으로 0과 6.5만큼 이동하고 공차는 각각 0.05이다. 세 번째 변환은 X, Y방향으로 32와 -1.4씩 이동하였고 공차는 0.02이다. 마지막 변환은 X, Y방향으로 17.5, -0.1만큼 이동하고 이에 상응하는 공차는 모두 0.01씩이다.

다음은 8번 부품을 기준으로 하면 F'_0 에서 F'_1 으로의 첫 번째 변환은 X, Y방향으로 각각 21과 6.5만큼 이동하였고 공차는 각각 0.02씩이다. F'_2 로의 두 번째 변환은 X, Y방향으로 3과 5.5씩 이동하였고 X, Y방향으로의 공차는 각각 0.05와 0.02이다. 세 번째 변환은 4번 부품과 5번 부품이 만나는 지점으로 X, Y방향

으로 6, 0만큼 이동하였고 공차는 모두 0.02씩이다. 네 번째 변환은 X, Y방향으로 29와 -2.5씩 이동하였고 공차는 각각 0.02와 0.1이다. 마지막 다섯 번째 변환은 F_4 점에서 Y축방향으로 0.5만큼 떨어진 F'_5 점으로 X, Y방향으로 각각 11.5와 -4.0씩 이동하였고 공차는 0.01과 0.05이다

이와 같은 입력 데이터를 공차누적분석 프로그램에 입력하면 좌표변환시 공차누적 결과를 얻을 수 있고 이 데이터를 도시한 결과가 그림 6(a)와 (c)이고, 각 좌표계에서의 공차는 각각 Table 4, Table 5와 같다.

좌표변환시 정규분포를 이루는 공차가 누적되므로 앞에서 설명한 바와 같이 최종점은 공차기준위치를 중심으로 타원을 형성하게 된다. 그림 6에서 타원의 중심좌표는 (0,0)으로 표시되어 있는데 이 점이 바로 공

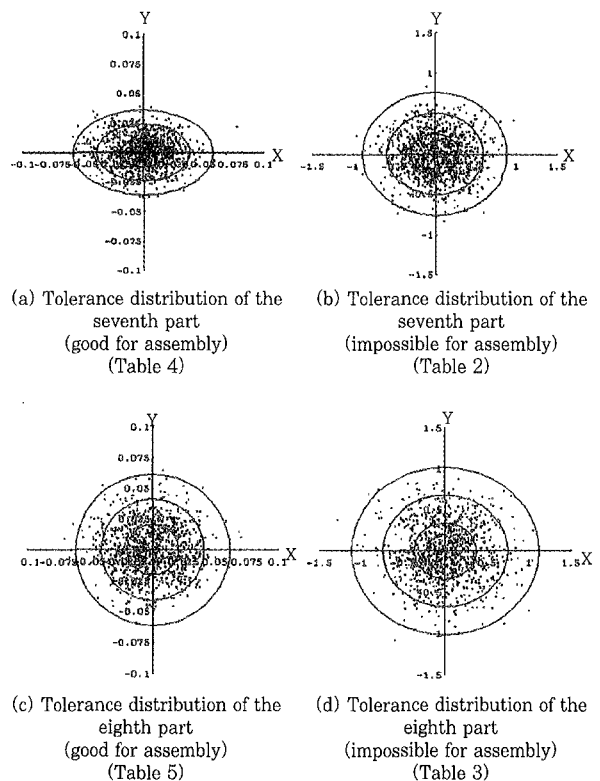


Fig. 6 Tolerance propagation in plasma torch assembly

Table 2 The example of unsuitable tolerance in seventh parts

Coordinate transform	$F_0 \rightarrow F_1$	$F_1 \rightarrow F_2$	$F_2 \rightarrow F_3$	$F_3 \rightarrow F_4$
Tolerance($\Delta X, \Delta Y$)	(0.5, 0.2)	(0.2, 0.5)	(0.5, 0.5)	(0.5, 0.2)

Table 3 The examples of unsuitable tolerance in eighth parts

Coordinate transform	$F'_0 \rightarrow F'_1$	$F'_1 \rightarrow F'_2$	$F'_2 \rightarrow F'_3$	$F'_3 \rightarrow F'_4$	$F'_4 \rightarrow F'_5$
Tolerance($\Delta X, \Delta Y$)	(0.5, 0.5)	(0.5, 0.5)	(0.5, 0.2)	(0.5, 0.5)	(0.5, 0.5)

Table 4 The example of suitable tolerance in seventh parts

Coordinate transform	$F_0 \rightarrow F_1$	$F_1 \rightarrow F_2$	$F_2 \rightarrow F_3$	$F_3 \rightarrow F_4$
Tolerance($4X, 4Y$)	(0.02, 0.02)	(0.05, 0.05)	(0.02, 0.02)	(0.01, 0.01)

Table 5 The examples of suitable tolerance in eighth parts

Coordinate transform	$F'_0 \rightarrow F'_1$	$F'_1 \rightarrow F'_2$	$F'_2 \rightarrow F'_3$	$F'_3 \rightarrow F'_4$	$F'_4 \rightarrow F'_5$
Tolerance($4X, 4Y$)	(0.02, 0.02)	(0.05, 0.02)	(0.02, 0.02)	(0.02, 0.1)	(0.01, 0.05)

차기준점의 X, Y 좌표를 의미한다. 좌표에 지시된 수치들의 단위는 입력된 치수 및 공차 데이터와 같은 단위이다. 그림 6의 크기가 다른 동심 타원형들은 누적된 공차의 범위를 지시하고 있는데 각각의 타원형안에 누적된 공차가 분포할 확률은 2차원의 경우이므로 Table 1에서와 같이 안쪽에서 바깥쪽으로 39.4%, 84.3%, 99.3%이다. 플라즈마 토치의 예에서는 Z축 방향의 공차가 없는 것으로 가정할 수 있었으므로 F_4 점과 F'_5 점에서 Y방향의 3σ 가 부품 7, 8번 사이의 조립 틈새(여기서는 Y방향으로 0.5mm)보다 크게 되면 서로 간섭하여 조립이 불가능해진다. 그림 6의 (a), (c)는 전술한 각 치수의 공차설계치에 의한 결과이며 적절한 공차가 주어졌다고 판단 할 수 있다. 왜냐하면 그림 6(a)에서 99.3%의 확률로 7번 부품의 F_4 점을 기준으로 Y방향에서 +0.037mm(3σ 값으로 계산됨)에서 -0.037mm사이의 공차가 생길 수 있으므로 틈새 0.5mm에서 충분히 조립되며 플라즈마 토치의 동작에 아무런 영향을 끼치지 않는다. 마찬가지로 그림 6(c)에서 8번 부품의 F'_5 점을 기준으로 Y방향에서 99.3%의 확률로 +0.062mm에서 -0.062mm사이의 공차가 생길 수 있으므로 적당한 공차 설계로 볼 수 있다.

한편 7번 부품과 8번 부품의 치수가공시 공차를 크게 줄 경우에는 조립이 불가능한 경우를 볼 수 있는데 이 경우 각 좌표계에서의 공차는 각각 Table 2, Table 3과 같다.

7번 부품의 가공경비를 절감하고자 Table 2와 같이 공차를 크게 설계했을 경우 조립시 누적공차의 분포는 그림 6(b)와 같다. 여기서 84.3%의 확률 값으로도 이미 Y방향 공차가 +0.5mm~-0.5mm에 달하고 가장 바깥쪽 타원인 99.3%의 확률로는 공차가 +0.75mm~-0.75mm 범위를 벗어나기 시작하여 조립도에서 틈새가 0.5mm이므로 조립이 불가능한 것은 자명한 사실이다. 마찬가지로 8번 부품의 공차를 Table 3과 같이 크게 주면 그림 6(d)와 같이 Y방향 최종공차가 1mm를 벗어나므로 역시 조립이 불가능함을 알 수 있다.

한편 그림 6(a), 6(b), 6(c), 6(d)에 찍힌 점들은 각 경우 Monte Carlo 시뮬레이션을 1000회씩 수행

한 결과이다. 여기서 본 연구에서 개발된 공차누적모델의 타당성을 다시 한 번 검증할 수 있다. Monte Carlo 시뮬레이션에서는 무한히 많은 점들이 찍히고 X, Y축상에 그 범위가 나타나야 누적공차범위를 판단할 수 있는 반면 본 연구결과는 신뢰도에 따라 누적공차범위가 수학적으로 계산되므로 편리하다. 본 모델에서 99.3%의 확률로 계산한 누적공차 범위를 의미하는 가장 바깥쪽 타원을 벗어나는 Monte Carlo 시뮬레이션 결과는 1000회당 십여개 정도이므로 본 모델의 실용 가능성은 충분하다고 판단된다.

그림 7은 공차누적에 따른 플라즈마 토치의 간극변화를 도시하기 위하여 그림 5에서 F_4 점과 F'_5 점을 통과하는 토치축에 수직인 YZ평면으로 나타낸 단면도이다. Z축 공차는 없는 것으로 가정할 수 있었으므로 그림 7은 Y방향의 공차누적에 따른 부품 7과 8사이의 간극상태를 보여주고 있다. 여기서 그림 6과 7의 (a), (b), (c), (d)는 서로 대응되는 경우이다. (a), (b)는

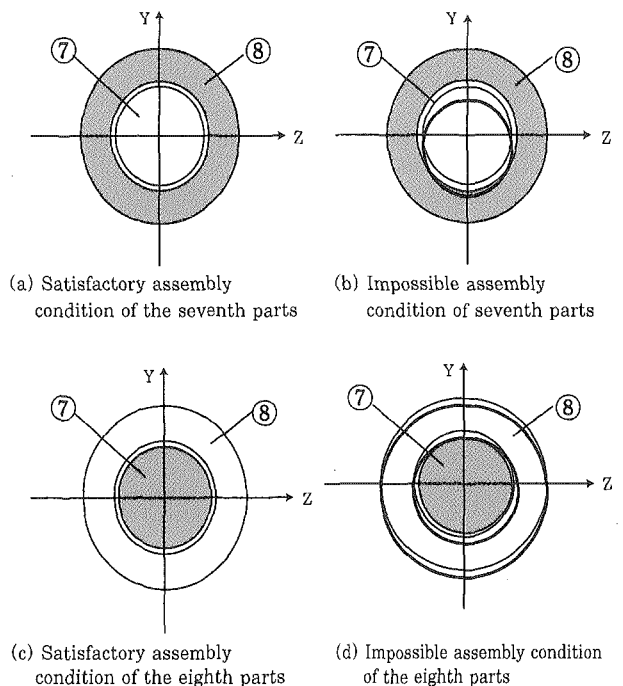


Fig. 7 YZ plane cross section including F_4 point and F'_5 point of plasma torch

공차누적에 따른 부품 7의 위치변화를 (c), (d)는 부품 8의 위치변화를 보여주는데 그림에서처럼 (a), (c)는 만족할 만한 공차를 가지지만 (b), (d)는 공차가 심하여 부품 7과 8이 간섭을 일으켜 조립이 불가능함을 보여주고 있다. 이렇듯 공차누적이 조립체에 미치는 영향은 매우 심각하다.

4. 결 론

공차누적을 해석하기 위하여 좌표변환을 이용한 공차변수의 확률분포변환을 유도함으로써 최종공차범위를 공차기준점으로부터 도시할 수 있는 수학적 모델을 개발할 수 있었다. 또한 수학적 모델의 정확성을 검증하기 위하여 공차누적의 무작위 조립 예를 다수 선정하여 반복 계산하는 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하며 두 방법을 비교함으로써 공차누적해석을 위한 모델의 정확성을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 개발된 공차누적모델을 통하여 플라즈마 토치의 각 부품에 어느 정도의 정밀도를 줄 것인가를 결정할 수 있으리라 판단된다. 이러한 공차설계방법은 가공공차와 생산원가를 체계적으로 비교분석할 수 있으므로 본 연구에서 개발한 공차누적모델을 적절히 사용한다면 플라즈마 토치의 생산성 향상에 상당한 파급효과를 기대할 수 있으리라 판단된다.

후 기

본 연구는 1997년도 한국학술진흥재단 대학부설연구소과제지원에 의하여 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 최덕준 : 치공구설계제도, 2nd ed., 도서출판 일진사, pp.50-55(1993)
2. 최호선 : 공차론, 성안당, pp40-149(1993)
3. 최덕준, 손병천, 성원호, 장희석 : Monte Carlo 시뮬레이션을 이용한 기하학적 치수 공차의 누적에 관한 연구, 대한기계학회 추계학술대회 초록집(1995)
4. W.K. Veitschegger and Chi-haur Wu : Robot Accuracy Analysis Based on Kinematics, IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. RA-2, no.3, pp.171-179(1986)
5. Richard A. Johnson and Dean W. Wichern : Applied Multivariate Analysis, 3rd ed., Prentice Hall Inc.,(1972)
6. Arthur E. Bryson and Yu-Chi Ho : Applied Optimal Control, John Wiley & Sons(1975)
7. G. A. Hawkins : Multilinear Analysis for Students in Engineering and Science, John Wiley & Sons, pp70-90(1963)