

**研究論文**

## 자동 요소 생성법을 이용한 대형 용접구조물의 해석

양 영 수\* · 이 세 환\*\*

### Analysis of large welded structures by using an automatic mesh generation

Y. -S. Yang\* and S. -H. Lee\*\*

**Key words** : finite element method (유한요소법), remeshing (요소 재분할), large welded structures (대형 용접구조물)

#### Abstract

The accuracy of the finite element method depends upon the mesh that is used in the analysis. The temperature around the arc is higher than the melting point of the material, and it drops sharply in the regions just away from the arc. This requires an extremely fine mesh in the confined high temperature region to predict the temperature accurately in that region. But the computational time increases with the fineness of mesh. Since fine mesh is required only around the arc source, adaptivity of the input mesh according to the position of the arc source is efficient. The remeshing technique gives a fine mesh in the high temperature region around the arc and a coarse mesh in other region at any time step. With this it is possible to achieve desired accuracy with less computation time. In this study a transient adaptive mesh, remeshing technique, is developed and calculated temperature for a sample problem.

#### 1. 서 론

아크 용접공정은 재료를 부분적으로 가열하여 접합시키고 냉각하는 공정으로, 공작물의 국부적인 가열에 의해서 재료내부에 불균일한 온도분포

가 형성되어, 각 위치에서 열팽창량이 다르게 되므로 내부에 열응력을 발생시킨다. 발생한 열응력이 증가하여 항복점에 도달하고 공작물은 소성변형이 일어나며, 냉각 후 재료내부에 잔류응력과 잔류변형이 남게된다<sup>1-2)</sup>. 위의 과정을 해석하기 위해서는 용접구조물 전체를 해석영역으로 하여 시간변화에

※ 1997년 10월 29일 접수

\* 정회원, 전남대학교 기계공학과

\*\* 학생회원, 전남대학교 기계공학과

따라 비정상, 비선형 문제를 풀어야 한다. 그런데 아크용접은 고밀도의 열원을 이용하여 국부적인 용융에 의해 용접이 진행되므로, 불균일한 온도구배를 갖은 영역이 구조물 전체 영역에 비하여 아주 미소하게 나타난다. 그러므로 용접 전체공정을 포함하는 구조물 전부를 해석영역으로 하여 수치해석을 수행하는데는 많은 문제점이 내포되어있다. 용접 토치가 지나가는 용접선 주위를 모두 미세한 요소로 분할하여 해석하면 기술적인 문제는 없으나, CPU용량과 계산시간의 과다로 해석이 불가능하다. 그러므로 유한요소법을 이용하여 전체 용접구조물을 해석하기 위해서는 새로운 유한요소 기법이 요구된다.

지금까지의 용접공정 해석은 대부분 주어진 문제를 가능한 실재와 유사하게 2차원으로 모델링하는 방법을 사용하였다. 이것은 용접의 원리를 충분히 이해하고 용접공정 전체를 생각한 후, 해석에 미치는 가장 중요한 부분을 중심으로 2차원 모델링하는 방법이다. 이 방법은 해의 정확성은 떨어지지만 간단한 계산으로 해를 얻을 수 있는 장점이 있다<sup>3~4)</sup>.

본 연구에서는 요소재분할 기법을 사용하였다. 용접이 진행되고 있는 동안 용접 토치 부근을 제외한 용접부는 온도의 구배가 적으므로 용접토치 부분만 미세하게 분할하고 나머지 부분은 큰 요소를 사용한다. 이때 토치 이동에 따라 요소분할(mesh generation)을 새로이 하여 용접이 끝난 용접선에서는 큰 요소를 사용한다. 즉, 시간변화에 따라 매 단계(step) 마다 요소분할을 다시 한다. 요소분할을 수행할 때 전(前) 단계(step)의 정보로부터 새로운 요소의 정보를 유추한다.

## 2. 요소 재분할 (Remeshing)

3차원 용접물의 요소분할 과정은 먼저 표면을 2차원으로 요소 분할한 후 깊이 방향으로 들어가면서 3차원 요소 분할을 하게 된다. 용접 열원이 있는 부분은 작은 요소를 사용하고 그 이외의 부분은 큰 요소를 사용하게 되므로 첫 번째 분할로 얻어지는 요소는 모두 큰 요소이다. 그리고 용접 열원이 있는 부분만 작은 요소를 이용하여 조밀하게 다시 분할을 하게 된다. 요소(element) 형상은 사

각형과 삼각형의 둘 중에 모서리나 복잡한 형상을 가진 2차원 평면의 분할에 용이하고 자동 요소분할(automatic mesh generation) 프로그램을 구현하기 쉬운 삼각형 모양의 요소를 이용했다.

### 2.1 용접부 전체의 초기 요소 분할

용접물의 외곽 모양을 몇 개의 절점(node)으로 형상화하고 절점간 사이는 모두 직선으로 연결하여 나타낸다.

#### ① 초기 요소 분할 1단계

Fig. 1과 같은 임의의 모양을 요소 분할하는 경우를 생각해보자. 절점 번호(node numbering)는 반시계 방향으로 되어 있다. 그리고 절점  $N_1$ 은 좌표가  $(x_1, y_1)$ 이고 절점  $N_2$ 는  $(x_2, y_2)$ , 절점  $N_n$ 은  $(x_n, y_n)$ 이다.  $N_1$ 과  $N_2$ 사이에 1개의 절점을 등간격으로 배치하고  $N_2$ 와  $N_3$ 사이에  $m$ 개의 절점을,  $N_n$ 과  $N_1$ 사이에  $n$ 개의 절점을 등간격으로 배치한다고 하자. 여기에서 1,  $m$ ,  $n$ 등은 사용자가 영역 내부의 요소 조밀도 조절을 위해 임의로 정할 수 있는 정수이다. 절점의 배치는 항상 절점 번호순으로 향해간다. 즉  $N_1$ 에서  $N_2$ 를 향해서 중분을 더해가며 절점이 배치된다.  $N_2$ 에서  $N_1$ 으로 향할 수는 없다.  $N_1$ 에 중분을  $(l+1)$ 번 더하면  $N_2$ 가 되는 것이다.

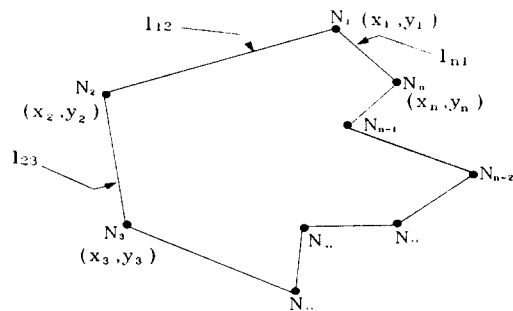


Fig. 1 Any shape for example of the mesh generation

#### ② 초기 요소 분할 2단계

각 변에 주어진 갯수만큼 등간격으로 절점이 추가 배치된 최종 형태는 Fig. 2와과 같다. 그리고 기존의 절점과 추가 생성된 절점들을 기본으로 트리밍(Trimming)과 디깅(Digging) 작업을 한다. 트리

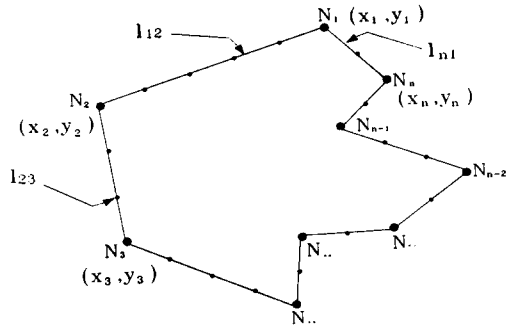


Fig. 2 Final shape after arrangement process of the first step

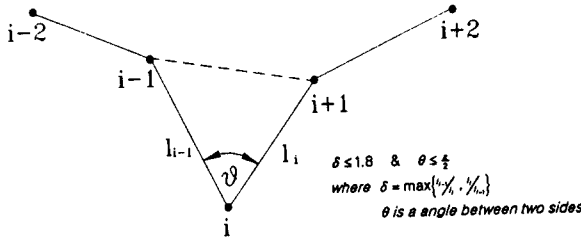


Fig. 3 Illustration of Trimming process

밍이란 Fig. 3과 같이 경계부에서 주어진 절점을 연결하여 요소를 생성하는 것이고, 디깅은 Fig. 4와 같이 새로운 절점을 만들어 요소를 생성하는 것이다.

각 절점마다 이웃하는 절점으로서의 위치 벡터 (vector)를 만들고 각각의 위치 벡터들이 다음 (1) 식의 조건을 만족하는지 차례로 확인한다. 조건을 만족하는 절점들은 이웃하는 두 개의 절점과 자신을 연결하는 세 절점의 삼각형을 만든다. 이 작업을 트리밍이라 한다. Fig. 3에서  $\delta$ 항은  $i$ 번째 절점의 양쪽 이웃하는 절점과의 길이의 비인데 두 변중 짧은 길이의 변으로 긴 변의 길이를 나누어서 1보다 큰 값을 얻고자 큰 값을 취했다. 그래서 이 길이의 비가 1.8보다 작거나 같고  $i$ 번째 절점에서 사이 각이 90도보다 작을 때 트리밍을 한다<sup>9)</sup>.

$$\delta \leq 1.8 \quad \& \quad \theta \leq \frac{2}{\pi}$$

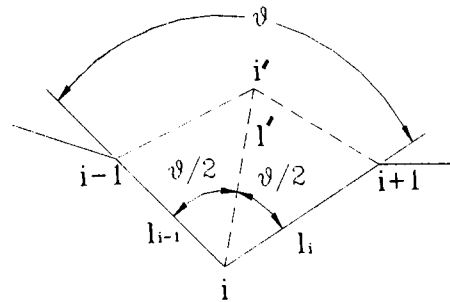
$$\text{여기서 } \delta = \max [l_{i-1}/l_i, l_i/l_{i-1}] \quad (1)$$

$\theta$  : 두면 사이각

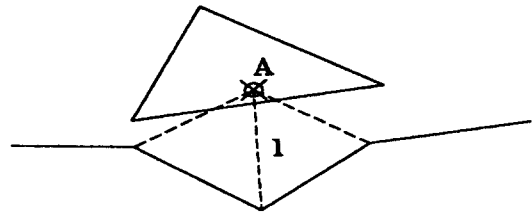
경계의 절점을 모두 검색해서 위의 조건을 만족하면, 만족하는 절점 모두 트리밍을 한다. 그리고 더 이상 위의 조건을 만족하는 절점이 없을 때 디깅을 한다. Fig. 4에서 디깅과정을 나타내고 있다.

디깅 과정은  $i$ 번째 절점에서 새로운  $i'$ 의 절점을 내부에 생성함으로써 두 개의 삼각형 요소를 만드는 것이다. 새로이 만들어진  $i'$  절점은  $i$ 로부터 길이가  $\gamma$ 만큼 떨어져 있고  $i$ 번째 절점의 사이 각의 절반을 방위각으로 가지고 있다.

디깅 과정을 거치면 Fig. 4(b)에서 보여주는 경우가 발생할 수도 있다. 즉 이미 생성된 삼각형 요소의 안으로 새로운 절점이 들어가거나 또는 요소의 경계에 새로운 절점이 생성되는 경우 등이다. 이런 경우가 발생하는지 디깅 과정을 거칠 때마다 검사를 해야 한다. 즉, 새로운 절점이 생성되는 경우 다음의 (2)식을 만족하는지 검사한다. Fig. 5와 식 (2)에서 'norm' 벡터는 이미 생성된 삼각형의 세 변의 중심에서 삼각형 내부로 수직으로 향하는 법선 단위 벡터이다. 그리고 'dir' 벡터는 이미 생성된 삼각형의 세 변의 중심에서 디깅에 의해 새로 생성

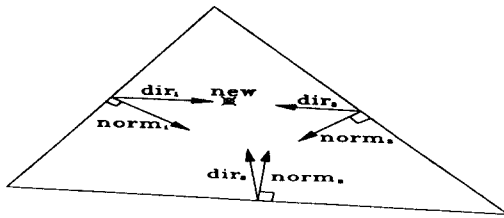


(a) Digging process



(b) Wrong case of Digging process

Fig. 4 Illustration of Digging process & Wrong case of Digging process



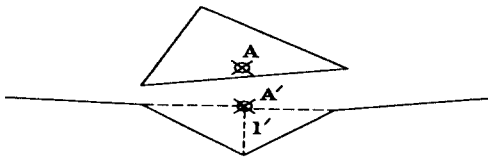
$$\begin{aligned} norm_1 \circ dir_1 < 0 \\ norm_2 \circ dir_2 < 0 \\ norm_3 \circ dir_3 < 0 \Rightarrow norm_i \circ dir_i < 0 \end{aligned}$$

Fig. 5 Checking of internal nodes

된 절점으로 향하는 방향 단위 벡터이다.

$$\begin{aligned} norm_1 \circ dir_1 < 0 \\ norm_2 \circ dir_2 < 0 \Rightarrow norm_i \circ dir_i < 0 \\ norm_3 \circ dir_3 < 0 \end{aligned} \quad (2)$$

위의 식을 만족하지 못하면 새로운 절점이 이미 생성된 요소 안으로 또는 요소의 경계에 생성된 경우이므로 이 절점에서는 Fig.6에서 보이고 있는 재조정 (adjustment) 과정을 거쳐야 한다.

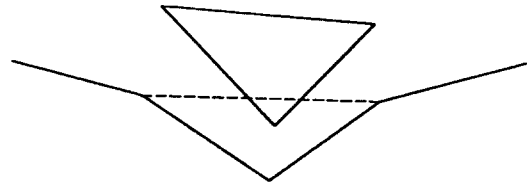


$$l' = r \times l$$

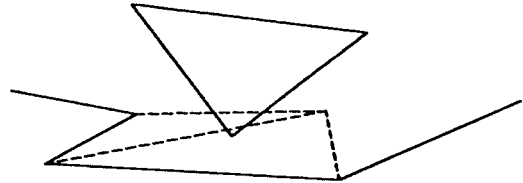
$$\text{where } r = \frac{1}{1 + ifail}, ifail = 0, 1, 2, 3 \Delta$$

Fig. 6 Adjustment of new node

원래 길이였던 l (A point) 을 l' (A' point) 의 길이로 줄여나간다. 한 번 줄여도 위의 식을 만족하지 못하면 ifail을 1씩 증가하는 방법으로 계수, r을 감소시키고 결과적으로 l'의 길이를 위 식이 만족될 때까지 계속 줄인다. 그리고 경계를 이루는 절점이 4개가 될 때까지 트리밍과 디깅을 계속 반복한다.



(A) Cross in Trimming process



(B) Cross in Digging process

Fig. 7 Wrong case with crossing each sides

$$l' = r \times l$$

여기서  $r = 1 / 1 + ifail$ ,  $ifail = 0, 1, 2, 3 \dots$  (3)

위의 조건식을 만족하는 경우일지라도 디깅 작업 후 Fig.7에서 보이는 것과 같이 두 변이 서로 cross 되는 경우가 발생한다. 이는 트리밍 작업 후에도 발생할 수 있는 경우이므로 트리밍과 디깅 작업 후에 두 변끼리 교차 (cross) 되는 경우가 있는지 확인을 해야한다. 확인하는 방법은 직선의 방정식을 이용해서 서로의 교점을 찾은 후 교점의 x 좌표가 두 개 직선의 x 범위 내에 들어있는지 확인하는 것이다. 만일 새로 생성된 변이 기존에 있던 변과 교차 된다면, 디깅 과정일 경우는 재조정 (adjustment)를 하고 트리밍 일 경우는 재조정이 불가능하므로 이 절점에서는 트리밍을 하지 않고 다음 절점으로 이동을 한다. 두 개의 변이 교차가 되는지 여부를 확인하는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y &= a_1x + b_1 \\ y &= a_2x + b_2 \end{aligned}$$

교점 (cross point)

$$x_{cp} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}, y_{cp} = a_1 \left( \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} \right) + b_1 \quad (4)$$

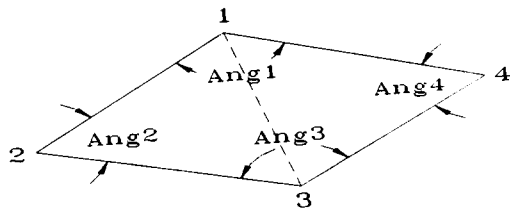
if  $x_1 \leq x_{cp} \leq x_2$  AND  $x_3 \leq x_{cp} \leq x_4$

두면은 교차(cross)한다

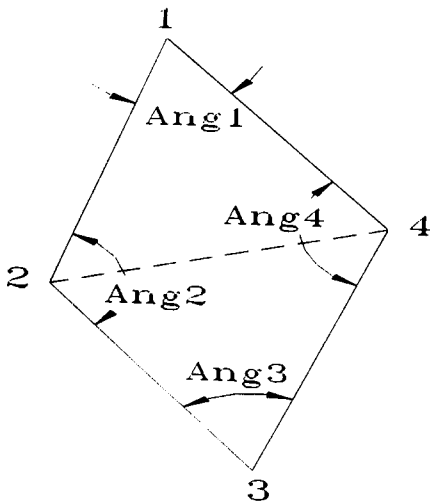
- 여기서  $x_1$  : 한면의 최소한계
- $x_2$  : 한면의 최대한계
- $x_3$  : 다른면의 최소한계
- $x_4$  : 다른면의 최대한계

③ 초기 요소 분할 3단계

2단계를 계속 실시시켜서 해석 대상인 임의 형상의 내부 경계를 계속 변경해 나간다. 그러면 마지막으로 내부 경계가 4개의 절점만으로 표현이 된다. 즉, 사각형 모양의 경계가 된다면 이를 두 개의 삼각형으로 나누면서 모든 단계가 마무리된다. 이렇게 마지막 사각형을 두 개의 삼각형으로 나누는 과정이 최종 단계이다. Fig.8에서 보듯이 마주보는 두 개의 각의 합을 각각 구한 후 그 중에



$$Ang1 + Ang3 \geq Ang2 + Ang4$$



$$Ang1 + Ang3 \leq Ang2 + Ang4$$

Fig. 8 Illustration of final process

큰 각을 가진 각이 두 개로 나누어진다.

2.2 용접 열원 부근의 요소 재분할

용접물 전체의 큰 요소를 이용하여 초기 요소 분할을 마친 후 온도 구배가 심한 용접 열원이 있는 지점의 요소를 더 조밀하게 나누는 요소 재분할 작업을 한다. 요소 재분할 과정에서는 한 개의 삼각형 요소를 다시 여러 개의 조밀한 삼각형 요소로 채우는 것과 주변 요소 처리가 주요한 문제가 된다. 먼저 용접 열원을 포함한 요소를 조밀한 삼각형으로 재분할 한 다음 이웃한 요소로 재분할 과정을 확대시켜 나가야 한다. 요소의 경계 상에 절점이 남아 있지 않을 때까지 계속 주변으로 확장해야 하므로 경계상의 절점 개수를 계속 절반씩으로 줄여나가면서 절점수를 줄여 나가고 계속 갯수를 검색한다. 그래서 요소 경계 상에 절점이 없다면 모든 요소 재분할 과정이 끝난다.

이러한 한 개의 삼각형 요소를 여러 개의 삼각형 요소로 재분할하는 과정은 초기 요소분할과 동일하게 위의 3단계 과정을 수행한다. 그리고 분할된 삼각형의 주변으로 재분할을 진전시켜 나가게 된다. 주변 삼각형 중에서 세 변중에 절점이 남아 있는 삼각형을 탐지하여 탐지된 삼각형 요소에 위의 3 단계를 계속 실시시킨다. 그래서 주변 삼각형 요소를 계속 검색해서 세 개의 변중에 절점이 남아 있는 변을 가지고 있는 삼각형 요소가 발견되지 않을 때까지 계속 프로그램을 실행시킨다. 만일 그러한 삼각형 요소가 발견되지 않는다면 모든 요소 재분할 작업이 끝나게 되는 것이다.

3. 온도분포 유한요소 수식화

공작물에 가해진 열량은 전도에 의해 재료내부로 전달된다. 이때 열전달 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_i = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

$T$  : 온도[℃],  $k$  : 열전도 계수[J/sm℃]

$Q_i$  : 단위체적당 발열률[J/m³],  $\rho$  : 밀도[kg/m³]

$c$  : 비열 [ $J/kg \text{ } ^\circ C$ ],  $t$  : 시간 (sec)

식 (5)의 해를 구하기 위해서는 해석영역 내부의 초기조건과 모든 경계에서 경계조건을 필요로 한다. 초기조건은 시작 시간에서 온도는 상온이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z) \quad (6)$$

$T_0$  : 초기온도 [ $^\circ C$ ]

경계조건은 표면에서 열이 Flux로 유입되고, 대기로 대류에 의해 열전달이 일어난다.

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = q \quad \text{on } S_1 \quad (7)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_a - T_s) \quad \text{on } S_2 \quad (8)$$

$q$  : 단위면적당 열이동률 [ $J/s \text{ } m^2$ ],  
 $T_s$  : 표면온도 [ $^\circ C$ ]  
 $T_a$  : 대기온도 [ $^\circ C$ ]

식 (5) - (8)을 Galerkin 방법에 의하여 유한요소 수식화 결과는 다음과 같다<sup>6)</sup>.

$$[C] \left[ \frac{dT}{dt} \right] + ([K_c] + [K_h]) [T] = [R_q] [K_h] \quad (9)$$

여기서

$$[C] = \int_{\Omega} \rho C_p [N]^T [N] d\Omega$$

$$[K_c] = \int_{\Omega} [B]^T [k] [B] d\Omega$$

$$[R_q] = \int_{S_1} q [N]^T dT$$

$$[K_h] = \int_{S_2} h [N]^T [N] dT$$

$$[R_h] = \int_{S_2} h T_a [N]^T dT$$

식 (9)는 시간에 대한 1차 미분방정식이 되기 때문에 해를 구하기 위해서는 시간에 대한 적분을 필

요로 한다. 최종형태의 유한요소 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left( \theta [K] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right) [T]_{n+1} \\ & = \left\{ - (1 - \theta) [K] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right\} [T]_n \\ & \quad + (1 - \theta) [R]_n + \theta [R]_{n+1} \end{aligned} \quad (10)$$

$\theta = 0$  : Euler forward difference method

$\theta = 1/2$  : Crank-Nicolson method

$\theta = 2/3$  : Galerkin method

$\theta = 1$  : Backward difference method

#### 4. 프로그램 예제

본 프로그램을 이용하여 간단한 예제로서 굴삭기 붐의 평판 용접시 온도분포를 해석하였다. 굴삭기 붐의 용접시 용접변형 문제가 심각하나 구조물이 너무 크기 때문에 수치해석이 어렵다. 그러므로 요소재분할법을 이용하여 해석을 수행하면 용접변형 해석이 가능할것으로 판단되어 본 연구에서는 온도분포만을 수행하여 가능성을 확인하였다.

해석영역은 Fig. 9과 같이 초기요소분할후 요소재분할을 수행하면서 온도분포를 구하였다. Fig. 10(a, b, c)에 요소재분할이 되어지는 상태를 보여주고 있으며, 여기에 대응되는 각각 상태의 온도분포가 Fig. 11(a, b, c)에 나타나 있다. Fig. 11(a)는 용접시작 위치이며 토치 주변이 가열되어 용접이 시작되고 있다. Fig. 11(b)는 용접토치가 약간 이동된 모습을 나타내고 있으며, Fig. 11(c)에서는 토치 이동에 따라 전면 부위에서는 온도변화가 급격하고, 토치가 지난 후면 부위에서는 완만한 온도분포를 가지며 냉각되고 있음을 보여준다. 용접시작 부위에서는 이미 상당량 냉각이 진행되어 급격한 온도 분포를 갖고있지 않기 때문에 큰 요소를 사용하여 계산하여도 적절한 온도분포를 얻을 수 있다. 그러므로 온도분포가 급격한 토치주변만 조밀 요소를 사용하여 계산을 수행한다.

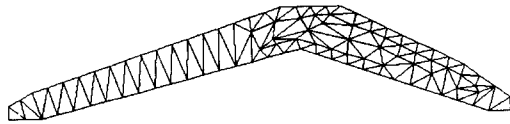


Fig. 9 Original mesh generation of solution domain

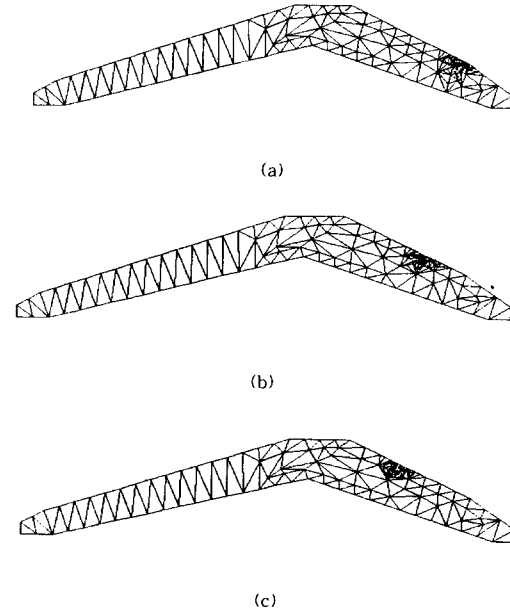


Fig. 10 Mesh generation by remeshing

### 5. 결론

용접부 온도분포 해석을 위한 유한요소 프로그램을 요소재분할 기법과 함께 개발하여 대형 용접 구조물 해석의 가능성을 제시하였다. 즉 굴삭기 붐과 같이 큰 용접구조물은 컴퓨터 용량의 문제로 유한요소 해석이 어려우나 요소재분할 기법을 이용하면 수치해석이 가능할 것으로 판단된다.

추후 용접 열응력과 열변형 프로그램을 완성하여 요소재분할 기법을 적용하면 산업현장에서 가장 문제가 되고 있는 용접변형 문제를 해석할 수 있을 것이다. 기존의 상용 프로그램은 요소재분할을 위한 장치가 부족하므로 열응력과 열변형 해석을 위한 프로그램을 작성해야한다.

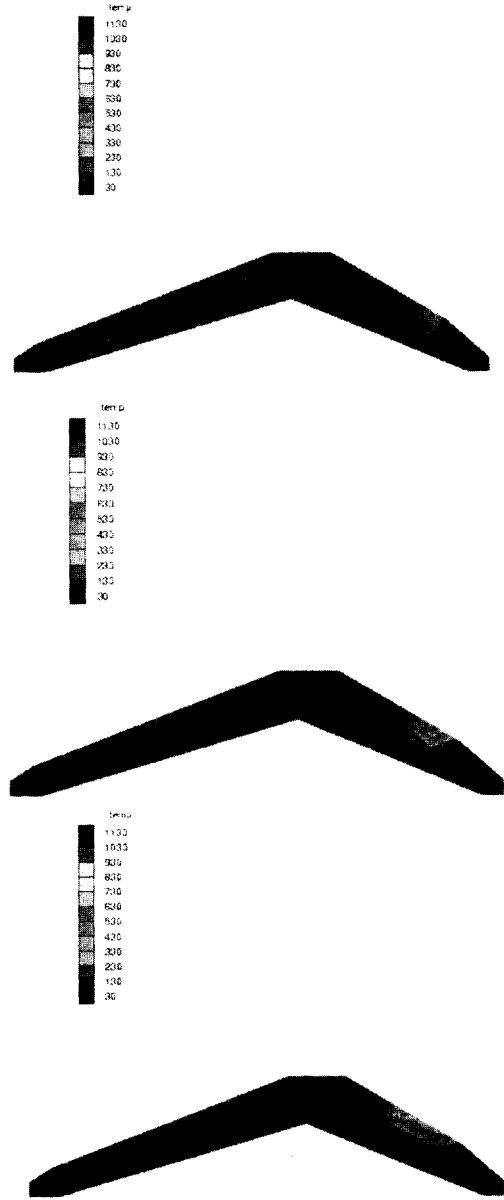


Fig. 11 Temperature distribution by remeshing

### 감사의 글

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참 고 문 헌

1. P. Tekriwal and J. Mazumder, "Transient and residual thermal strain-stress analysis of GMAW", Transactions of the AMSE, J. of Eng. Mat. and. Tch, Vol. 113(1991), pp. 336-343
2. Y. Shim, Z. Feng, S. Lee, D. Kim, J. Jaeger, C. papritan and C. L. Tsai, "Determination of residual stresses in thick-section weldments", Welding Journal, Vo. 71(1992), pp. 305-312
3. K. Masubuchi, Analysis of welded structures, Pergamon press, (1980), pp. 235-327
4. J. Canas, R. Picon, F. Paris and J. C. Marin, "Experimental and Numerical analysis of residual stresses in welded Al-5083-O aluminium plates", Welding International, (1994), pp. 30-35
5. Soo-Won Chae and Klaus-Jurgen Bathe, "On automatic mesh construction and mesh refinement in finite element analysis", computers & structures Vol. 32(1989), pp 911-936
6. K. H. Huebner and E. A. Thornton and T. G. Byrom, The finite element method for engineers, third ed. (1995), pp 315-320