

## 特輯 : 컴퓨터를 이용한 시뮬레이션

# 유한요소법을 이용한 용접부의 잔류응력, 변형 및 파괴해석

심 용 래

## Residual Stress, Distortion, and Fracture Analysis of Welded Structures using Finite Element Method

Yong Lae Shim



심용래 / 삼성항공  
/ 1957년생 / 구조  
해석, 용접응력 및  
피로파괴 해석

### 1. 서 론

구조물의 용접 중에는 용접아크에 의해 높은 열이 발생되며 이로 인하여 불균일한 온도분포와 열응력이 발생하고 용접 후에는 비선형 소성변형으로 인한 잔류응력이 존재하게 된다. 판 두께가 증가하면 용접 패스의 수도 증가하며 따라서 더욱 복잡하고 큰 소성변형과 잔류응력이 발생된다. 이러한 잔류응력은 구조물의 변형과 파괴강도에 심각한 영향을 미치게 된다. 또한 용접중심부의 인장 잔류응력은 균열전파력을 증가시키며 취성파괴에 대한 구조물의 저항력을 감소시켜 용접구조물의 파괴거동에 크게 영향을 미치게 된다. 그러므로 이러한 용접중의 열전도에 의한 온도변화와 용접잔류응력의 예측 및 잔류응력이 파괴거동에 미치는 영향 등을 정확히 파악하는 것은 용접구조물의 안전성과 적합성, 내구성 등의 예측에 매우 중요하다.

본 연구에서는 다음의 세 단계를 통하여 용접 열전도, 잔류응력, 변형 및 복합하중에 대한 파괴해석을 수행하였다.

- 1) 열전도 해석 : 용접 열원에 의한 온도분포의 시간에 대한 변화의 해석
- 2) 잔류응력 해석 : 온도분포 결과를 이용한 열응력, 잔류응력 및 변형의 해석
- 3) 파괴해석 : 잔류응력과 외력의 복합하중이 주어지는 용접구조물에 대한 J-적분을 이용한 파괴해석

### 2. 열전도 해석

#### 2.1 용접 열전도

구조물의 용접 시에는 아크에 의하여 열이 발생되어 용접물에 온도변화를 일으키며 이로 인하여 구조물에는 열응력이 발생하고 용접 후에는 잔류응력과 변형이 존재하게 된다. 또한 용접 중에는 열영향부의 조직변화로 인한 인성의 저하, 부분적인 열처리 효과에 의한 강도의 저하 등의 변화가 일어난다. 이러한 문제들을 해석하기 위해서는 먼저 용접중의 열전도 해석을 수행하여야 한다.

단순한 형태의 용접문제에 대해서는 해석적인

방법들이 이용될 수 있으나 컴퓨터의 발전으로 유한요소법을 이용한 수치해석적인 방법이 용접 열전도의 해석에 주로 이용되고 있다<sup>1,2)</sup>. 물체내의 에너지 평형은 다음과 같이 주어진다.

$$\int_V \rho U dV = \int_S qdS + \int_V r dV \quad (1)$$

여기서  $U$ 는 내부에너지의 변화율,  $q$ 는 단위면적당 heat flux,  $r$ 은 외부로부터 공급되는 열이다. 위의 식과 Fourier의 열전도식을 Galerkin method를 이용하여 Variational form으로 변환하면 열전도의 유한요소 해석을 위한 다음과 같은 기본식을 얻을 수 있다<sup>3)</sup>.

$$\int_V \rho U \delta \theta dV + \int_V \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} k \frac{\partial \theta}{\partial x} dV = \int_V \delta \theta r dV + \int_S \delta \theta q dS \quad (2)$$

여기서  $\theta$ 는 온도,  $k$ 는 열전도 계수이다.

용접에 의한 열전도는 일반적인 열전도 현상과 달리 용접아크가 이동을 하므로 시간에 따라 열원의 위치가 변하는 이동열원을 고려하여야 한다. 또한 용접에 의한 열전도는 온도변화의 범위가 넓으므로 열전도율, 비열 등의 재료특성의 온도에 대한 변화를 고려하여야 한다.

## 2.2 유한요소 모델

용접문제 해석의 특징은 용융부나 열영향부 등을 모델링하기 위하여 매우 작은 요소들을 필요로 하며 이동열원으로 인하여 매우 작은 시간증분을 필요로 한다. 그러므로 용접문제의 해석에는 막대한 분석시간과 저장용량을 필요로 한다. 따라서 문제를 단순화하는 것이 중요하며 특히 2차원 가정이 많이 이용된다. 박판의 용접의 경우는 두께방향으로의 열전도를 무시한 2차원 해석을 이용하며, 두꺼운 판의 경우에는 각 단면은 같은 온도변화를 갖는다는 가정 하에 용접선상에 수직인 단면을 취하여 2차원 해석을 수행한다<sup>4)</sup>. 그림 1에 용접선상에 수직인 단면에 대한 열전도 모델을 나타내었다.

용접아크에 의해 발생된 열은 일부분은 용접봉으로의 전달, 대기 중으로의 대류, 방사 등에 의해

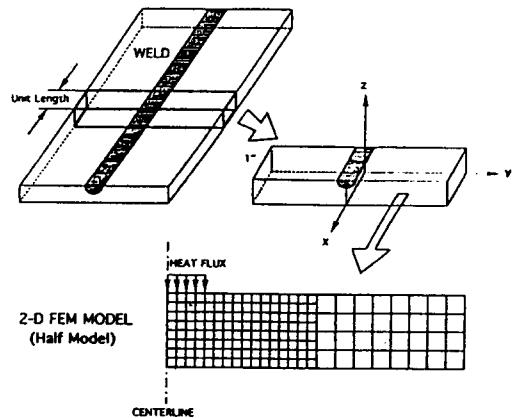


그림 1. 용접부의 2차원 유한요소 모델

손실되며 대부분의 에너지는 용접물로 전달된다. 용접 열원의 세기는 단위길이당의 입열량으로 계산되며 용접물에 전달된 입열량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H = \eta_i EI/v \quad (\text{J/mm}) \quad (3)$$

여기서,  $\eta_i$ 은 아크 효율이며 E는 아크 전압(Volts), I는 아크 전류(Ampères), v는 용접아크의 이동속도 (mm/sec)이다.

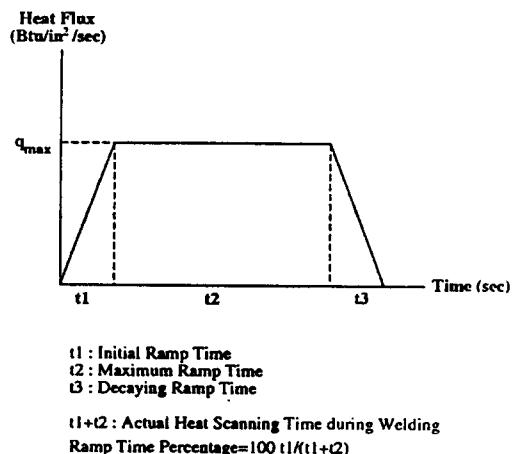


그림 2. Ramp heat input 모델

유한요소 모델에 대한 시간과 온도변화의 관계를 그림 2에 표시하였다.  $\eta_{EI}$ 에 해당하는 열량이  $1/v$ 의 시간동안 모델에 주어지며  $t_1$ 과  $t_3$ 는 동일하게 가정하였다. 여기서 Ramp 시간에 해당하는  $t_1$ 의 변화에 따라 온도분포가 변화하게 된다. Ramp 시간이 온도분포에 미치는 영향을 분석하기 위하여 두께 12.7mm의 ASTM A36 steel의 용접에 대한 열전도 해석을 수행하였다. 용접조건은 215A, 24V GMAW이며 용접속도는 6.1mm/sec이다. 용접중심선에서 6.4mm위치에서의 온도변화를 그림 3에 나타내었다. Ramp시간을 20%에서 100%까지 변화시킨 결과와 썬모커플에 의한 실험결과를 비교하였다. 그림에서 알 수 있는 것과 같이 Ramp시간 20%의 경우가 실험결과와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

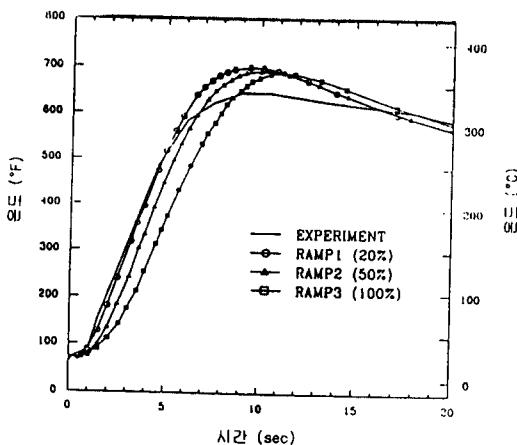


그림 3. 용접중심선에서 6.4mm 위치에서의 온도변화 곡선

### 2.3 해석 결과

유한요소 모델에 대한 열원의 분포 형태의 영향을 고려하기 위하여 다음의 3가지 열원에 대한 열전도 해석을 수행하였다.

- 1) 균일하게 분포된 표면 열원 (Surface flux)
- 2) 균일하게 분포된 Body flux
- 3) 가우시안 분포를 이용한 표면 열원 (Surface flux).

가우시안 분포 (Gaussian heat distribution)는 다음의 식을 이용하였다.

$$q(r) = q_o e^{-cr} \quad (4)$$

여기서,  $r$ 은 열원 중심에서의 거리,  $q_o$ 는 아크중심에서의 열원의 세기,  $C$ 는 형상계수이다.

이러한 열원의 형태는 용접부 근처의 국부적인 부분의 온도분포에 영향을 미치며 용접부에서 어느 정도 떨어진 위치에서는 크게 영향을 미치지 못한다. 열원의 형태가 용접부의 온도분포에 미치는 영향을 파악하기 위하여 앞에서 보였던 12.7mm 판재의 용접에 대한 온도분포 해석으로부터 철의 용융온도와 A3변태온도에 대한 등온곡선을 구하였다. 그 결과로부터 용융부와 열영향부에 대한 형상을 구하여 실험과 비교하였으며 그 결과를 그림 4에 보였다. 이 결과로부터 표면열원이 용융부와 열영향부의 형상을 비교적 정확하게 예측하고 있는 것을 알 수 있다. 균일한 표면열원은 사용하기에 편리하며 그림에 보인 바와 같이 충분한 정확도를 갖고 있어 매우 실용적인 모델이다. 따라서 이후의 분석에서는 이러한 균일한 표면열원이 이용되었다.

### 3. 잔류응력 해석

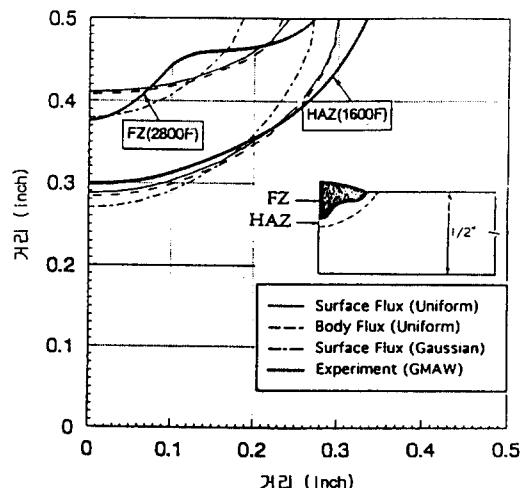


그림 4. 여러가지 Heat input 모델에 대한 용융부와 열영향부의 형상

구조물의 용접중에는 용접아크에 의한 입열로 온도가 급상승하게 되며 이로 인하여 용접부 주위에는 불균일한 열응력과 소성변형이 발생하며 용접 후에는 잔류응력이 발생하게 된다. 후판의 다층용접을 3차원으로 해석하는 것은 거의 불가능하므로 대체로 용접선상에 수직인 단면을 이용한 2차원 해석을 수행한다<sup>5)</sup>. 본 연구에서는 소성변형이 온도변화에 미치는 영향을 무시하고 열전도 해석과 응력해석을 분리하여 수행하였으며 열전도 해석에서 구해진 온도결과를 이용하여 동일한 모델을 이용하여 응력해석을 수행하였다.

### 3.1 해석 모델

다층용접의 잔류응력을 평면응력으로 해석할 경우에는 두께방향으로 과도한 응력이 발생하게 되어 실제 현상과 오차가 큰 결과를 나타내므로 본 연구에서는 두께방향의 변형을 고려하기 위하여 Generalized plane strain 가정을 이용하였다<sup>6)</sup>. ABAQUS에서 사용되는 Generalized plane strain 요소<sup>3)</sup>에서는 모델이 두개의 경계면 사이에 놓여져 있다고 가정한다. 초기에 평행한 이 두개의 평면은 상대적인 강체운동을 하며 이로 인해서 모델 전체에 선형적으로 변화하는 두께방향의 변형이 발생하게 된다. 모든 요소에서의 경계면은 동일하며 경계면 간의 상대거리는 다음과 같이 정의된다.

$$t = t_o + \Delta u_z + (y - Y_o) \Delta \phi_x - (x - X_o) \Delta \phi_y \quad (5)$$

여기서  $P_o (X_o, Y_o)$ 는 한 경계면상의 고정점이며  $t_o$ 는 초기값,  $\Delta u_z$ 는 상대거리의 변화량,  $\Delta \phi$ 는 두 평면간의 각변화이다. 두께방향의 변형은 다음과 같이 계산된다.

$$\varepsilon_{zz} = \ln(t/t_o) \quad (6)$$

해석 및 실험에는 ASTM A36 steel이 이용되었다. 판재의 두께는 25.4mm이며 용접조인트의 형상은 V조인트와 X조인트이다. 용접조인트의 형상과 용접조건은 그림 5와 같으며 그림 6에 유한요소 모델을 나타내었다. 용접부위의 요소는 용융부의 모델을 위해 각 용접 패스의 깊이보다 작게 나타내었다. 그림에서 사선에 해당하는 부위가 용융부이

며 그 형상은 실험에 의한 용융부 형상과 유사하게 가정을 하였다. 용융부의 요소들은 분석초기에 제거되었다가 해당되는 용접 패스가 놓여짐에 따라 다시 활성화시켰으며 활성화된 용융부의 요소에 열량을 입열시켰다. 용접 패스간의 온도는 최대 110°C로 제한하였다.

Pass Sequence	Pass No.	Welding Parameters		
		Current (A)	Voltage (V)	Speed (IPM)
	1	190	25	7.9
2-5	215	26	11.1	
6	190	25	7.9	
7-9	220	26	11.1	
10-11	250	27	11.1	
	1-2	195	24.5	6.6
	3-6	200	24.5	7.9
	7-12	190	24.5	7.9
	13	195	24.5	7.9
	14-17	190	24.8	6.6

The diagram illustrates the welding sequence for a 25.4mm thick plate. It shows two cross-sections of the joint. The top section shows a V-groove joint with passes numbered 1 through 11. The bottom section shows an X-groove joint with passes numbered 1 through 17. Both sections include dimensions for thickness (1.0") and width (4").

그림 5. 25.4mm 판재의 조인트 형상과 용접조건

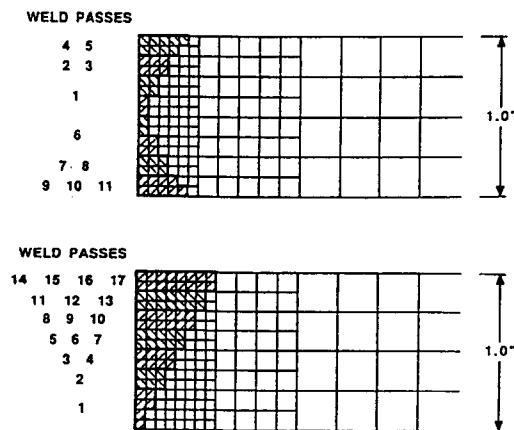


그림 6. 25.4mm 판재의 X-조인트 및 V-조인트의 유한요소 모델

해석시간을 줄이기 위해서 국부적인 온도변화의 차이는 용접부에서 떨어진 부위의 응력에는 크게 영향을 미치지 못한다는 점을 이용하여 Lumped model을 개발하였다. 용융부를 각 층별로 구분하

여각 용접총을 하나의 Lumped 패스로 가정을 하였으며 각 Lumped 패스에 포함된 입열량을 모두 더하여 전체 비드면에 부여하였다. 이러한 Lumped model은 후판의 다층용접의 잔류응력 해석에 매우 효과적으로 사용될 수 있다.

### 3.2 해석 결과

그림 7에 25.4mm 판재의 X조인트에 대한 첫 패스 용접에 대한 온도해석 결과를 보였다. 용접중심선에서 12.7mm 위치에서의 온도변화이며 썬모 커플에 의한 실험결과와 비교하였다. 분석결과와 측정치의 오차가 10% 이내의 범위로 비교적 잘 일치하고 있음을 알수 있다.

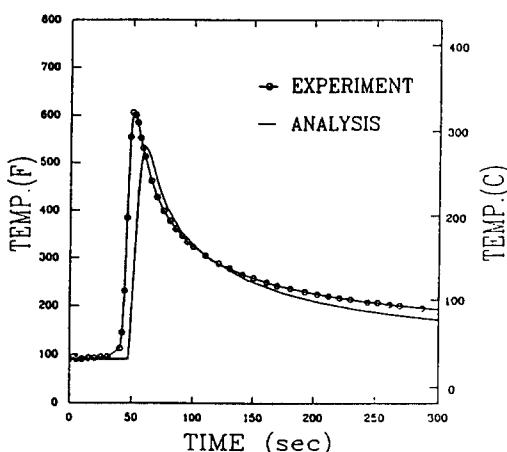


그림 7. 용접중심선에서 12.7mm 위치에서의 온도변화 곡선

그림 8에 25.4mm 판재의 X조인트 용접에 대한 잔류응력 해석의 결과를 나타내었다. 표면에서의 용접선 방향의 응력을 스트레인 게이지에 의한 측정치와 비교하였다. 그림에서 보는 바와 같이 Lumped model에 의한 결과는 각 용접 패스를 모델링한 결과에 비해 최고 응력수준은 비슷하나 인장응력 영역이 증가했음을 알 수 있으며 두 모델의 결과가 실험치와 대체로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림 9에는 표면에서의 용접선에 직각방향의 응력을 보이고 있다. 용접선방향의 응력에 비해

Lumped model의 오차가 증가했음을 알수 있다.

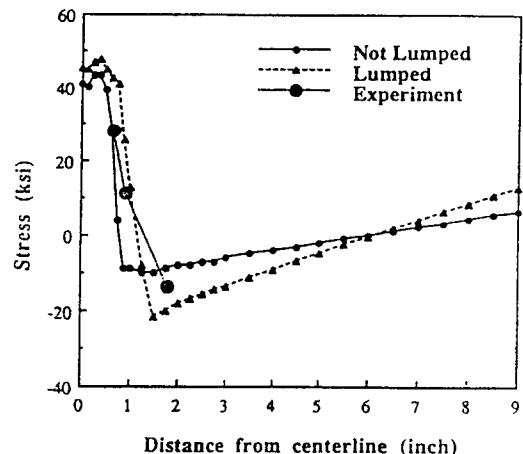


그림 8. X-조인트 용접에서의 용접선 방향의 응력

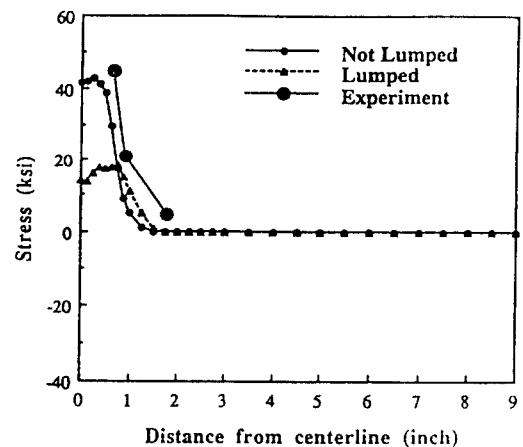


그림 9. X-조인트 용접에서의 용접선 직각 방향의 응력

그림 10과 그림 11에는 25.4mm 판재의 V조인트 용접에 대한 잔류응력 해석 결과로 표면에서의 용접선 방향과 용접선에 직각방향의 응력분포를 각각 나타내었다. X조인트에 비해서 인장응력의 범위가 증가했음을 알 수 있으며 Lumped model에 의한 인장영역의 증가범위도 커졌음을 알 수 있다.

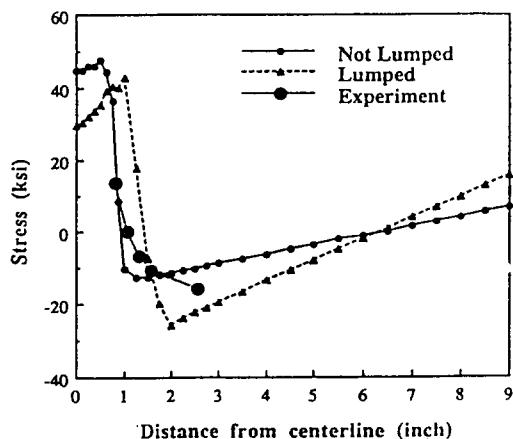


그림 10. V-조인트 용접에서의 용접선 방향의 응력

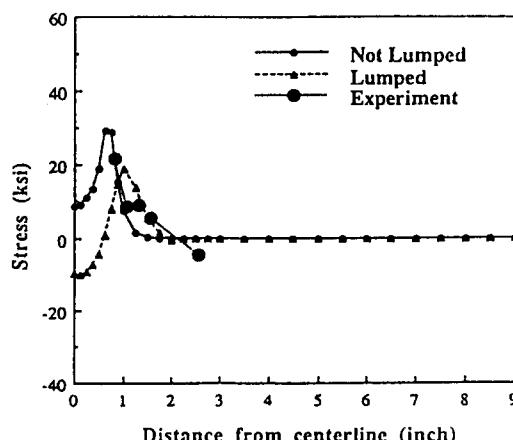


그림 11. V-조인트 용접에서의 용접선에 직각 방향의 응력

#### 4. 변형해석

구조물의 용접중에는 소성변형이 축적되며 이로 인하여 냉각 후에 구조물에 변형과 잔류응력이 발생하게 된다. 특히 다층용접인 경우는 복잡한 열사이클에 의해 소성변형의 축적과 이완이 반복되어 복잡한 소성변형을 갖게 된다. 이러한 용접구조물의 변형해석은 열전도 해석이나 잔류응력 해석과 달리 실제 형상을 모델링해야 하므로 2차원 해석으로 단순화하기가 어려운 경우가 많다. 또한

용융부의 모델은 그 방법에 따라 잔류응력에는 크게 영향을 미치지 못하지만 변형에는 민감하게 반영이 되므로 용융부를 자세히 모델링 하는 것이 필요하다. 따라서 대부분의 경우 모델의 크기가 상당히 크고 이동열원을 고려해야 하므로 단순한 형태의 용접물이 아니면 수치해석이 어려운 경우가 대부분이다. 그러므로 탄성해석을 이용한 근사해석<sup>7)</sup> 등의 단순해석 방법의 개발이 필요한 경우가 많다.

#### 4. 1 해석 모델

용접구조물의 변형은 용접중에 축적된 소성변형에 의해 발생하며 소성변형은 용접조건, 용접순서, 조인트 형상, 구속조건 등의 영향을 받는다. 본 연구에서는 자동차 프레임 용접시 발생하는 변형을 예측하기 위하여 박판의 Bead on plate 용접시 발생하는 변형의 해석을 위해 3차원 탄소성해석과 실험에 의한 측정을 통해 스프링을 이용한 단순 유한요소 모델링 기법을 제시하였다<sup>8)</sup>. 스프링 모델은 용융부의 수축에 의한 영향을 스프링으로 대신하기 위하여 용접 비드의 위치에 길이 방향과 수직 방향에 여러 개의 스프링을 삽입하여 스프링의 수축으로 변형을 발생시킨다. 스프링 계수는 용융부의 면적의 합수로 주어지며 용융부의 면적은 용접전류, 전압, 및 용접속도에 의해 결정된다. 용융부의 면적은 실험에 의해 측정되었으며 용접 입열량과 비교하여 계수를 산출하였다. 스프링 계수는 실험에 의한 변형과 유한요소 해석과의 비교에 의해서 구해진다. 이런 과정을 거쳐서 계수들이 결정되면 임의의 용접조건을 스프링 계수로 환산하는 것이 가능해진다. 스프링 계수를 결정하는 과정을 그림 12에 보였다.

#### 4. 2 해석 결과

본 해석에서는 6가지 크기의 시편에 대한 Bead on plate 용접에 대하여 실험과 분석을 수행하였으며 표 1에 시편의 형상을 나타내었다. 시편의 용접에는 Miller MRH robot을 이용한 GMAW가 이용되었으며 용접조건은 표1과 같다. 그림 13에 두번쩨 시편에 대한 탄소성 유한요소 해석과 스프링 모델을 이용한 유한요소 해석의 결과로부터 얻어진 용

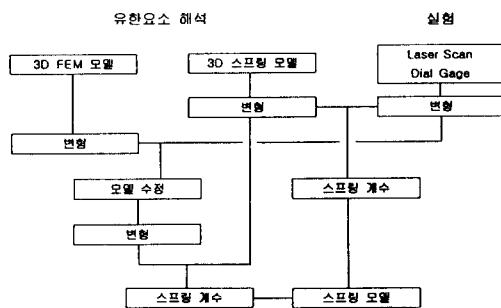


그림 12. 변형해석 Procedure

표 1. 용접시편의 치수 및 용접조건

시편	Dimensions (mm)			Welding Parameters		
	길이	넓이	두께	전압(V)	전류(A)	속도 (mm/sec)
1	38.1	127	0.8	14.3	33	3.4
2	38.1	127	1.5	18.8	111	16.9
3	38.1	127	2.1	18.8	132	16.9
4	25.4	76.2	0.8	14.2	45	9.3
5	25.4	76.2	1.5	18.8	111	16.9
6	25.4	76.2	2.1	18.8	132	16.9

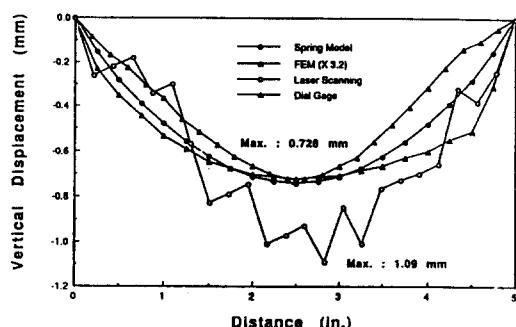


그림 13. 용접중심선에서의 길이방향의 변형 형상

접중심선에서의 길이방향의 변형 형상을 실험에 의한 측정치와 비교하였다. 그림 14에는 두번째 시편에 대한 시편 중간에서의 폭 방향의 변형 형상을 보였다. 변형의 측정에는 Dial gage와 Laser scanning이 이용되었다. Laser에 의한 측정값은 편차가 심하여 스프링 계수의 결정에는 Dial gage에

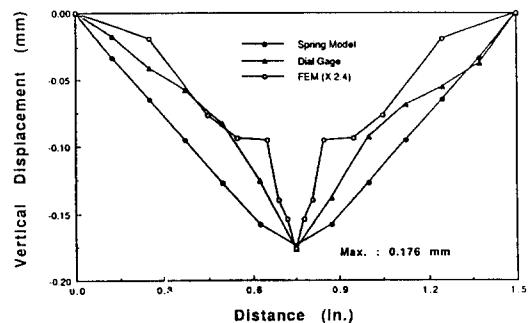


그림 14. 시편 중간에서의 폭방향의 변형 형상

의한 측정값을 이용하였다. 그림에서 보는 바와 같이 탄소성 해석에 의한 변형량은 실험치에 비하여 길이 방향의 변형은 약 30%, 폭 방향의 변형은 약 42%정도의 결과를 보여주고 있어 박판의 용접과 같이 변형량이 큰 해석에는 적절하지 못하다는 것을 알 수 있다.

## 5. 파괴해석

선형 탄성 파괴해석에서는 응력확대계수가 널리 이용되며 탄소성 파괴해석에는 CTOD에 의한 근사식이 많이 이용되지만 최근에는 컴퓨터와 유한요소법의 발전으로 J-적분에 의한 파괴해석이 매우 효과적으로 이용되고 있다. Rice<sup>9)</sup>에 의하여 제안된 J-적분은 Wilson<sup>10)</sup>, Blackburn<sup>11)</sup>, Aoki<sup>12) 13)</sup>, Shih<sup>14)</sup> 등에 의하여 탄소성 영역과 열응력 등의 분야로 확장 적용되었다. 용접잔류응력은 선형 탄성 파괴해석에서는 중첩법에 의하여 쉽게 반영될 수 있으나 탄소성 해석에서는 용접에 의한 소성변형을 고려하기 위한 별도의 해석절차가 필요하다.

용접구조물에서는 잔류응력으로 인하여 J-적분이 적분 경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 끌게 되므로 본 연구에서는 균열선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다. ABAQUS<sup>3)</sup>를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며, 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다<sup>15)</sup>. 이론식 및 프로그램의 검증을 위하여 후판의 다층용접에 대한 잔류응력 및 J-적분 해석을 수행하였다.

### 5.1 용접부의 J-적분 해석

J-적분은 Rice에 의해 비선형 탄성체에서 균열주위에서의 변형에너지 방출율 (Strain energy release rate)로 제안되었으며 다음과 같이 표시된다<sup>9)</sup>.

$$J = - \frac{d\Pi}{da} = \int_{\Gamma} (Wn_i - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}) ds \quad (7)$$

여기서는 위치 에너지 (Potential energy), W는 변형에너지 밀도 (Strain energy density),  $T_i$ 는 표면 작용력 (Surface traction),  $u$ 는 변위,  $a$ 는 균열길이,  $\Gamma$ 는 선적분의 적분경로이다. J-적분은 비선형 탄성체에서 적분경로에 무관한 특성을 갖는다.

용접부의 J-적분 해석을 위해서는 먼저 용접에 의한 열전달해석과 잔류응력해석이 선행되어야 하며 잔류응력과 외력이 동시에 주어지는 경우에 대한 J-적분 해석을 수행하여야 한다. 용접부위에서는 용접 중에 누적된 잔류응력과 소성변형에 의해서 J-적분값이 적분경로에 따라 다른 값을 갖게 된다. 따라서 균열선단에서의 J-적분을 구하기 위해 균열주위에 작은 요소를 사용하여 균열선단에서의 J-적분값을 근사값으로 이용할 수도 있으나 정확한 J-적분을 구하기 위해서는 초기 소성변형을 고려한 J-적분식의 도입이 필요하다.

Shih<sup>14)</sup>와 Aoki<sup>12, 13)</sup>에 의하여 확장된 J-적분의 개념을 응용하여 용접부의 균열에 대한 J-적분의 계산식을 구할 수 있다. 균열선단에서의 복합하중에 대한 J-적분값은 다음과 같이 주어진다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} J = \int_{\Gamma} -T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Gamma \quad (8)$$

여기서  $\rho$ 는 적분경로  $\Gamma$ 의 반경,  $\Gamma_1$ 은 파괴 진행 구역을 둘러싸는 영역이다.  $\Gamma_1$ 에서 1,  $\Gamma_2$ 에서 0의 값을 갖는 임의의 연속함수  $q$ 를 이용하면, 균열표면에 작용하는 외력이 없을 경우

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} J = \int_{\Gamma + \Gamma_1 - \Gamma_2} \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_i} q d\Gamma \quad (9)$$

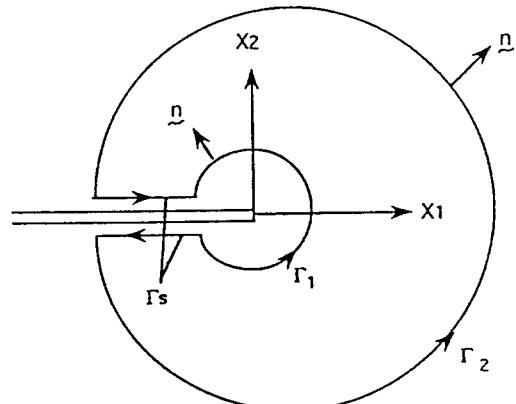


그림 15. J-적분을 위한 크랙선단과 파괴 진행영역의 형상

균열선단의 형상은 그림 15와 같다. Divergence theorem을 이용하면

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} J &= \int_A (\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} q)_{,j} dA \\ &= \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_1} q dA + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} dA \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, A는 적분경로에 의해 싸여진 면적이며 파괴 진행구역이 줄어들면 A는 균열선단 영역을 포함하게 된다. 전체 변형은 탄성변형, 소성변형, 용접에 의한 소성변형의 합으로 다음과 같이 표시된다.

$$\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ij} + \epsilon''_{ij} + \epsilon^p_{ij} \quad (11)$$

식 (10)과 식 (11)을 이용하여 용접부의 J-적분을 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} J &= \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon'_{ij}}{\partial x_1} q dA + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} dA \\ &\quad + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon'_{ij} + \epsilon''_{ij})}{\partial x_1} q dA \end{aligned} \quad (12)$$

$\frac{\partial W_e}{\partial \epsilon'_{ij}} = \sigma_{ij}$ 의 관계를 이용하면 식 (12)는 다음과 같이 된다.

$$J = \int_A \frac{\partial W_e}{\partial x_1} q dA + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} dA \\ + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon^p_{ij} + \epsilon^p_{ij})}{\partial x_1} q dA \quad (13)$$

식(13)을 Isoparametric 요소를 이용한 유한요소식으로 변환시키면 다음과 같이 표시된다.

$$J = \sum_{Elements} \sum_{GaussPoints} \left[ \frac{\partial W_e}{\partial x_1} q + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} \right. \\ \left. + \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon^p_{ij} + \epsilon^p_{ij})}{\partial x_1} q \right] D w \quad (14)$$

여기서,  $D$ 는 Jacobian matrix의 determinant,  $w$ 는 weight factor이다.

## 5.2 후판 용접부의 J-적분 해석

Double-V 조인트에 의해 용접된 25.4mm 두께의 후판에 대한 J-적분 해석을 수행하였다. 용접선 중앙에 위치하고 있는 3.2mm 크기의 표면 균열을 고려하였으며 후판의 단면과 균열의 형상 및 유한요소 모델을 그림 16에 나타내었다. 용접중심선에 대한 대칭조건을 이용하여 평판의 1/2을 모델링 하였으며 유한요소 모델은 그림과 같다. 용접조건과 조인트 및 비드의 형상은 그림 5와 같다. 균열선단 주위에는 집중요소를 이용하였으며 J-적분의 계산을 위하여 7개의 적분경로를 이용하였다.

식(14)의  $q$ 에 대해서는 각각의 적분경로의 경계 절점에서는 0, 그리고 나머지 모든 절점에서는 1을 가정하였다. 잔류응력과 J-적분 해석에는 Generalized plane strain 요소를 이용하였다. 11개의 용접 패스를 이용하여 온도분포와 잔류응력을 계산하였으며, 잔류응력을 계산한 후에 용접중심선에 균열을 도입하여 J-적분 해석을 수행하였다.

외력이 없는 상태에서 잔류응력에 의한 J-적분 해석의 결과를 그림 17에 표시하였다. 균열선단 근처에서의 J-적분값은 용접점중의 영향으로 일정하지 않은 값을 보이며 마지막 적분경로에서의 J-적분은 16.0 psi-in이다. 이 같은 잔류응력이 없을 경우 26 ksi의 외력에 의한 J-적분값에 해당한다. ABAQUS에서 계산된 J-적분 결과도 같이 나타내

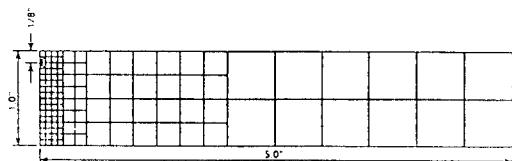
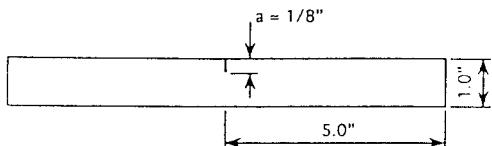


그림 16. 표면크레이 존재하는 후판의 단면형상과 유한요소 형상

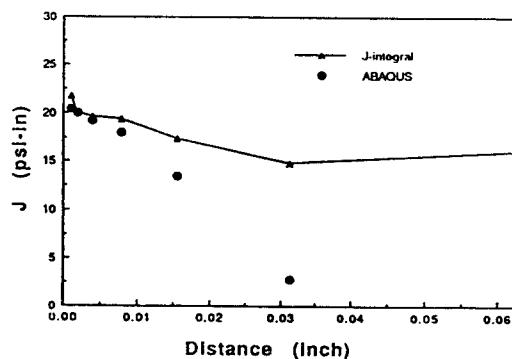


그림 17. 후판 용접부의 잔류응력에 의한 J-적분 해석결과

었다. 그림에서와 같이 ABAQUS에서 구한 해는 균열선단에서 밖으로 갈수록 점차 줄어드는 일정하지 않은 결과를 보여준다. 따라서 균열선단 근처에서의 J-적분값이 근사 값으로 이용될 수는 있으나 유한요소의 크기에 따라 상당한 오차가 예상된다.

잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석의 결과를 그림 18에 나타내었다. 전체적인 경향은 비슷하지만 그림에서와 같이 외력이 증가할수록 균열선단에서의 특이점의 영향으로 적분경로에 따른 J-적분값의 변화가 증가하는 것을 알 수 있다. 따라서 J-적분값의 오차를 줄이기 위해서는 적분경로를 어느 정도 크게 잡아야 한다는 것을 알 수 있다.

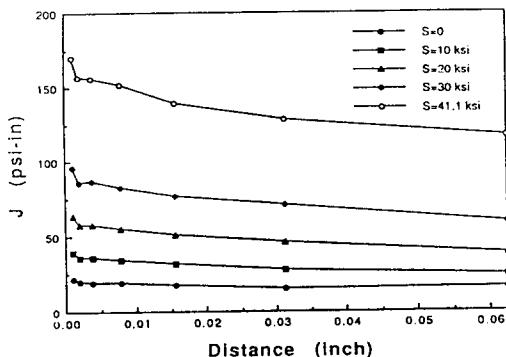


그림 18. 후판 용접부의 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석결과

## 6. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 이용한 용접에 의한 열전도 해석, 잔류응력 해석, 변형해석 및 용접부의 파괴거동 해석에 대하여 설명하였다. 2차원 열전도 해석을 위하여 Ramp를 이용한 입열 모델을 이용하였으며 실험결과와의 비교로부터 20%의 Ramp 시간이 가장 적당하다고 판단되어 다른 분석에도 이용되었다.

잔류응력의 해석에는 Generalized plane strain 모델이 이용되었으며 실험결과와 잘 일치되는 결과를 보였다. 분석시간을 줄이기 위하여 각 용접층을 하나의 용접 패스로 가정한 Lumped model을 검토하였다. 이 Lumped model은 과다한 분석시간을 필요로 하는 후판의 다층용접에 효과적으로 이용될 수 있다. 25.4mm 판재의 잔류응력 해석을 통하여 용접 조인트의 형상은 잔류응력의 분포에 크게 영향을 미치지 못한다는 것을 알수 있다.

용접구조물의 파괴거동을 분석하기 위해서는 용접중의 열전달 해석, 잔류응력 해석, 그리고 파괴해석이 같이 병행되어야 한다. 본 연구에서는 J-적분을 이용하여 용접부의 균열에 대한 탄소성 파괴해석을 수행하였다. 용접부의 J-적분 해석을 위한 절차는 다음과 같다.

- 1) 열 전달 해석 : 용접 아크에 의한 온도분포 해석
- 2) 잔류응력 해석 : 온도분포를 이용한 열응력 및 잔류응력의 해석

3) 파괴해석 : 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석

잔류응력이 존재하면 J-적분은 적분경로에 관계 없이 일정한 값을 갖는 특성을 잊지 되므로 균열선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다. ABAQUS를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다. 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분의 계산결과 균열선단에서의 응력집중의 영향이 있는 균열선단 근처의 경로를 제외하면 적분경로에 무관하게 일정한 J-적분값을 구할 수 있다.

## 참 고 문 헌

1. Hibbit, H. D., and Marcal, P.V., A numerical thermo-mechanical model for the welding and subsequent loading of a fabricated structure, Computer & Structures, 3, 1973, pp1145-1174
2. Friedman, E., Thermomechanical analysis of the welding process using the finite element method, Journal of pressure vessel technology, Trans. of ASME, 97(3), 1975, pp206-213
3. ABAQUS user's manual, version 5.5, HKS inc., 1995
4. 심용래, 이성근, 용접잔류응력 해석을 위한 Heat Input Model 개발, 대한용접학회지, 11-3, 1993, pp34-47
5. Free, J. A. and Porter Goff, R. F. D, Predicting residual stress in multipass weldments with the finite element method, Computer & Structures, 32(2), 1989, pp 365-378
6. Shim Y.L., et al., Determination of Residual Stresses in Thick Section Weldments, Welding Journal, Vol. 71, No. 9, 1992, pp. 305s-312s
7. Penso, J. A., Development of a PC-based FEM model to predict weld distortion, M. S. Thesis, The Ohio State University, 1992

8. Tsai, C. L., and Shim, Y. L., Determination of welding induced shrinkage strains for distortion prediction of welded frame structures, Intech R&D, Project report to General Motors, 1993
9. Rice, J. R., A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, pp. 379-386
10. Wilson, W. K. and Yu, I., The Use of the J-integral in Thermal Stress Crack Problems, International Journal of Fracture, Vol. 15, No. 4, 1979, pp. 377-387
11. Blackburn, W. S., Jackson, A. D., and Hellen, T. K., An Integral Associated with the State of a Crack Tip in a Non-elastic Material, International Journal of Fracture,
- Vol. 13, No. 2, 1977, pp. 183-200
12. Kishimoto, K., Aoki, S., and Sakata, M., On the Path Independent Integral -J, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, 1980, pp. 841-850
13. Aoki, S., Kishimoto, K., and Sakata, M., Elastic-Plastic Analysis of Cracks in Thermally Loaded Structures, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 16, No. 3, 1982, pp. 405-413
14. Shih, C. F., Moran, B., and Nakamura, T., Energy Release Rate along a Three-dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body, International Journal of Fracture, Vol. 30, 1986, pp. 79-102
15. 심용래, J-적분을 이용한 용접구조물의 파괴해석, 전산구조공학, 9-4, 1996, pp173-179